

Abgabe bis Freitag, 9.11.2012, 8 Uhr beim DS-Kasten im 4. OG vor Sekretariat Näher.  
Die Aufgaben werden in derselben Woche in den Übungen besprochen.

**1. Aufgabe:** (2 Punkte)

Betrachten Sie die Definition der natürlichen Zahlen gemäß Zermelo. Demgemäß ist eine natürliche Zahl eine Menge, die wiederum Mengen als Elemente enthält. Verhältnisse zwischen Mengen lassen sich durch Venn-Diagramme veranschaulichen. Wie sieht das Venn-Diagramm für die Zahl  $4 = (((\emptyset)')')'$  aus?

**2. Aufgabe:** (4 Punkte)

In Satz II.10 (also Satz 10 im zweiten Kapitel der Vorlesung) wurden verschiedene Distributivgesetze behauptet, aber nur eine von vier möglichen Beweisrichtungen bewiesen. Holen Sie dies (teilweise) nach, indem Sie die folgende Aussage zeigen:

Es seien  $A, B, C$  Mengen. Dann gilt:  $(A \cap B) \cup C \supseteq (A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

**3. Aufgabe:** (2+2+4+6 Punkte)

Die *symmetrische Differenz* zweier Mengen  $A$  und  $B$ , geschrieben  $A \Delta B$ , ist definiert durch

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

1. Geben Sie eine Illustration dieser Operation mithilfe eines Venn-Diagramms an.
2. Zeigen Sie: Für jede Menge  $A$  gilt:  $A \Delta A = \emptyset$ .
3. Beweisen Sie folgende Aussage aus der Vorlesung:

Es seien  $A, B$  Mengen. Dann gilt:  $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ .

4. Überlegen Sie: Wie lässt sich  $\overline{A \Delta B}$  "möglichst einfach" mithilfe der bekannte(re)n Mengenoperationen Vereinigung, Durchschnitt und Komplement ausdrücken?  
Formulieren Sie eine Vermutung und beweisen Sie diese.