5. Übungsblatt	**Diskrete Strukturen**	**WS 2012/13**

Abgabe bis Freitag, 23.11.2012, 8 Uhr beim DS-Kasten im 4. OG vor Sekretariat Näher.
Die Aufgaben werden in derselben Woche in den Übungen besprochen.

1. Aufgabe: (*6 Punkte*)
Beweisen Sie die folgende allgemeine Form eines Distributivgesetzes, so wie wir es im Beweis von Satz III.11 benötigt haben, mit vollständiger Induktion:
Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl mit $n \geq 1$.
Es seien T und $S_1, \ldots, S_n$ Binärrelationen über M.
Dann gilt:

$$T \circ \left(\bigcup_{i=1}^{n} S_i \right) = \bigcup_{i=1}^{n} (T \circ S_i)$$

2. Aufgabe: (*6+2 Punkte*)
Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl mit $n \geq 1$. Es seien $a_1, \ldots, a_n$ und $b_1, \ldots, b_n$ zwei Listen natürlicher Zahlen. Betrachte die beiden folgenden Ausdrücke für $k = 1, \ldots, n$:
$c_k = \min\{\sum_{j=1}^{k} a_j \cdot b_j, 1\}$ bzw.
$d_k = \begin{cases} \min\{a_1 \cdot b_1, 1\}, & \text{falls } k = 1 \\ \min\{d_{k-1} + a_k \cdot b_k, 1\}, & \text{falls } k > 1 \end{cases}$
Zeigen Sie mithilfe der vollständigen Induktion, dass für $k = 1, \ldots, n$ gilt: $c_k = d_k$.
Diskutieren Sie anschließend, welche Vor- oder Nachteile die Implementierung von c_k versus d_k als kleines Programm hätte.

3. Aufgabe: (*4+2 Punkte*)
Bestimmen Sie die folgenden Hüllen der Binärrelation $R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, d)\}$ über $M = \{a, b, c, d\}$:

1. die reflexive Hülle von R;
2. die symmetrische Hülle von R:
3. die transitive Hülle von R
4. und die reflexiv-transitive Hülle von R.

Geben Sie schließlich die Matrixdarstellung M_R von R an und berechnen Sie M_R^2.