

Übungen zur Vorlesung
Grundlagen der Theoretischen Informatik
 Aufgabenblatt 1

Abgabe der Lösungen bis zum DI, 26.04.2011, 12 Uhr
 im Kasten für "GTI" vor Raum H426

Aufgabe 1 (Aussagen / Syntax der Aussagenlogik) (1+1+1+1+1 Punkte)

Es seien p, q, r Aussagen. Welche der folgenden Zeichenketten stellen dann ebenfalls aussagenlogische Formeln dar? (Hier ist also nur die syntaktische Struktur von Interesse.) Begründen Sie kurz Ihre jeweilige Antwort.

1. $p \wedge q$,
2. $((\neg q) \wedge (q \vee p))$,
3. $\neg\neg\neg p$,
4. $(r \wedge q \wedge p)$,
5. $(r \vee (r \wedge q))$.

Aufgabe 2 (Wahrheitwertetafeln / Semantik der Aussagenlogik) ((1+1+1+1+1)+2+2+2 Punkte)

1. Füllen Sie die folgende Wahrheitstafel richtig aus!

p	q	r	$((p \wedge \neg q) \vee r)$	$(p \wedge (q \vee r))$	$((\neg q \vee r) \vee p)$	$(\neg(p \wedge r) \wedge p)$	$((p \vee \neg q) \wedge p)$
w	w	w					
w	w	f					
w	f	w					
w	f	f					
f	w	w					
f	w	f					
f	f	w					
f	f	f					

2. Stellen Sie für die ersten beiden Formeln, also $f_1 = ((p \wedge \neg q) \vee r)$ und $f_2 = (p \wedge (q \vee r))$, die dazugehörige Baumstruktur dar.

3. Betrachten Sie die Belegungsfunktion $\beta_{\mathcal{A}} : \mathcal{A} \rightarrow \{w, f\}$ mit $\mathcal{A} = \{p, q, r\}$, die jeder atomaren Aussage f zuweist. Beschreiben Sie anhand der letzten beiden Formeln, also $f_4 = (\neg(p \wedge r) \wedge p)$ und $f_5 = ((p \vee \neg q) \wedge p)$, wie (rekursiv) $\beta(f_4)$ bzw. $\beta(f_5)$ ausgerechnet werden.

4. Geben Sie für f_1 und für $f_3 = ((\neg q \vee r) \vee p)$ sämtliche Teilformeln an.

Aufgabe 3 (Logik in Prosa) (2+3 Punkte)

Stellen Sie in einer Tabelle den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen in Abhängigkeit der Wahrheitsgehalte der beteiligten atomaren Aussagen dar. Übersetzen Sie die folgenden Aussagen dabei auch in aussagenlogische Formeln.

1. Wenn die Sonne scheint und es regnet, dann gehe ich ins Kino oder die Sonne scheint nicht.
2. Der Täter wird ermittelt, wenn er eine Spur hinterlassen hat, oder der Täter wird ermittelt, wenn der Kommissar eine geniale Idee hat.

Aufgabe 4 ((Un-)Erfüllbarkeit und Tautologien) (2+2+2+2 Punkte)

Welche der folgenden Formeln sind erfüllbar, unerfüllbar oder Tautologien? Begründen Sie Ihre Antwort jeweils mit der Wahrheitstafelmethode bzw. durch Angabe geeigneter Modelle.

1. Erinnerung: $p \Rightarrow q$ ist eine Abkürzung für $\neg p \vee q$.
 $p \Leftrightarrow q$ ist ebenso eine Abkürzung. . .
 $((p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p))$
2. $(\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg p))$.
3. $((\neg p \wedge q) \Rightarrow (\neg q \vee \neg p))$.
4. $((p \Leftrightarrow q) \vee \neg p)$.