1. Übungsblatt	Grundlagen der Theoretischen Informatik II	WiSe 2011/12
	Abgabe: bis 26.10.2011, 14:00 im Zettelkasten vor Raum H426	

1. Aufgabe: *(3 Punkte)*

Beweisen Sie, dass die Halbgruppeneigenschaft von $(H, \circ)$ auf $(2^H, \circ)$ übertragen wird. Zeigen Sie also, dass aus der Assoziativität einer Operation auf H die Assoziativität des zugehörigen Komplexprodukts auf 2^H folgt (vgl. Foliensatz 1, S. 13).

2. Aufgabe: *(4 Punkte)*

Die *Länge* eines Wortes $w \in \Sigma^*$ ist rekursiv definiert vermöge

$$l(w) = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad w = \epsilon \\ l(w') + 1 & \text{falls} \quad w = w'a \text{ und } a \in \Sigma. \end{cases}$$

Eine Abbildung $h : A \to B$ ist ein *(Monoid-)Morphismus*, falls h für Monoide $(A, \odot, 1_A)$ und $(B, \oplus, 1_B)$ die Eigenschaft $h(a \odot a') = h(a) \oplus h(a')$ hat.

Zeigen Sie, dass $l : \Sigma^* \to \mathbb{N}$ ein Morphismus bzgl. $(\Sigma^*, \cdot, \lambda)$ und $(\mathbb{N}, +, 0)$ ist.

3. Aufgabe: *(8 Punkte)*

Gegeben ist die Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a\}, \{S \to aa, S \to aSa, S \to SS\}, S).$$

1. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist.
2. Wieviele unterschiedlichen Ableitungen von $aaaaaa$ aus S gibt es in G?
3. Zeigen Sie, dass gilt $L(G) = \{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$.

4. Aufgabe: *(5 Punkte)*

Geben Sie einen endlichen Automaten – als Ersetzungssystem – an, der die von dem regulären Ausdruck

$$a^* b b^* c^*$$

beschriebene Sprache akzeptiert.

Geben Sie zudem eine rechtslineare Grammatik an, die ebendiese Sprache erzeugt.