2. Übungsblatt	Grundlagen der Theoretischen Informatik II	WiSe 2011/12
	Abgabe: bis 2.11.2011, 14:00 im Zettelkasten vor Raum H426	

1. Aufgabe: *(2 Punkte)*

Gegeben sei die Grammatik $G_1 = (\{S, A, B\}, \{a, b, x\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \to SASB \mid \lambda,\ A \to Aax \mid \lambda,\ B \to AA \mid SB\}.$$

Geben Sie eine Grammatik G_1' an, die frei von λ-Produktionen ist und für die $L(G_1') = L(G_1) \setminus \{\lambda\}$ gilt.

2. Aufgabe: *(2+4+2+3 Punkte)*

1. Zu $w \in \Sigma^*$ und $\sigma \in \Sigma$ soll $\#_\sigma(w)$ die Anzahl der Vorkommen von σ in w bezeichnen. Beispielsweise soll für $w = abaaab \in \{a, b\}^*$ gelten $\#_a(w) = 4$ und $\#_b(w) = 2$.

   Geben Sie eine rekursive Definition der Abbildung $\#_\sigma : \Sigma^* \to \mathbb{N}$ an.

2. Gegeben sei die Grammatik $G_2 = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit

   $$P = \{A \to aaA \mid B,\ B \to bbbB \mid \lambda\}.$$

   Zeigen Sie, dass gilt[1]

   $$L(G_2) = \{a^n b^m \mid n \bmod 2 = 0 \text{ und } m \bmod 3 = 0\}.$$

3. Konstruieren Sie eine Grammatik G_2' in rechtslinearer Normalform mit $L(G_2') = L(G_2)$.
4. Geben Sie einen endlichen Automaten A an, der exakt die Permutationen aller Wörter aus $L(G_2)$ akzeptiert. Es soll also gelten

   $$L(A) = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 2 = 0 \text{ und } \#_b(w) \bmod 3 = 0\}.$$

3. Aufgabe: *(3+3+3 Punkte)*

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

1. $L_1 = \{a^p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$
2. $L_2 = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$
3. $L_3 = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

[1] Für $k, n \in \mathbb{N}$ bezeichnet $n \bmod k$ den Rest bei Division von n durch k in $\mathbb{N}$. Insbesondere bedeutet $n \bmod k = 0$, dass n ein (ganzzahlig) Vielfaches von k ist.