3. Übungsblatt	Grundlagen der Theoretischen Informatik II	WiSe 2011/12
	Abgabe: bis 9.11.2011, 14:00 im Zettelkasten vor Raum H426	

1. Aufgabe: *(1+3 Punkte)*

Die nachstehende Grammatik G_1 erzeugt arithmetische Terme über binären Zahlen:

$$\begin{aligned} G_1 &= (\{T, S, P, K\}, \{0, 1, +, \times, [,]\}, R, T) \text{ mit} \\ R &= \{T \to S \mid P \mid 0K \mid 1K, \\ &\quad S \to [T{+}T], \\ &\quad P \to [T{\times}T], \\ &\quad K \to 0K \mid 1K \mid \lambda\}. \end{aligned}$$

1. Geben Sie eine Ableitung von $[[10+1]\times 11]$ an
2. Geben Sie eine zu G_1 äquivalente Grammatik G_1' in CNF an. Erstellen Sie G_1' wie in der Vorlesung angegeben und geben Sie die Zwischenergebnisse der Konstruktion mit an.

2. Aufgabe: *(2+3+4+4 Punkte)*

Die Abbildung $[\cdot]^R : \Sigma^* \to \Sigma^*$ ist rekursiv definiert als

$$w^R = \begin{cases} \lambda & \text{für } w = \lambda \text{ und} \\ v^R a & \text{für } w = av \text{ mit } a \in \Sigma. \end{cases}$$

1. Geben Sie w^R für $w = abba$ und $w = bba$ (und $\Sigma = \{a, b\}$) an. Beschreiben Sie (in Prosa), wie sich w und w^R zueinander verhalten.
2. Beweisen Sie, dass gilt: $(w_1 w_2)^R = w_2^R w_1^R$.
3. Ein *Palindrom* ist ein Wort mit der Eigenschaft $w = w^R$. Die Grammatik G_2 sei definiert als

   $$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, P, S) \text{ mit } P = \{S \to aSa \mid bSb \mid \lambda\}.$$

   Zeigen Sie, dass G_2 die Sprache aller Palindrome gerader Länge über $\{a, b\}$ erzeugt, d.h. dass gilt

   $$L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \text{ mit } l(w) = 2n \text{ für } n \in \mathbb{N}\}.$$

4. Zeigen Sie $aba \notin L(G_2)$ und $aabb \notin L(G_2)$ mithilfe des CYK-Algorithmus. Geben Sie die dafür zu konstruierende, zu G_2 äquivalente Grammatik explizit mit an.

3. Aufgabe: *(2+2 Punkte)*

Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Sprachen kontextfrei sind. Geben Sie im positiven Fall eine erzeugende Grammatik an und argumentieren Sie (wenigstens informell) warum diese das Gewünschte leistet. Führen Sie im negativen Fall einen formal strengen Beweis.

1. Die Sprache aller *non*-Palindrome über über $\{a, b\}$: $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^R\}$.
2. Die Sprache $L_4 = \{a^n b^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$.