

1. Aufgabe: (2 Punkte)

Überführen Sie die rechtslineare Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{x, y, z\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow xX, X \rightarrow xxY|xzX, Y \rightarrow yX|zZ, Z \rightarrow \lambda\}$$

in einen endlichen Automaten, der $L(G)$ akzeptiert.

2. Aufgabe: (4 Punkte)

Eine Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ heißt *linkslinear*, falls alle Regeln von der Form $A \rightarrow Bw$ für $A \in N$, $B \in N \cup \{\lambda\}$ und $w \in \Sigma^*$ sind.

Zeigen Sie: Eine Sprache ist genau dann regulär, wenn sie von einer linkslinearen Grammatik erzeugt werden kann.

3. Aufgabe: (2+5+3+2 Punkte)

Eine Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ heißt *beidseitig linear*, falls alle Regeln von der Form $A \rightarrow Bw$ oder $A \rightarrow wB$ für $A \in N$, $B \in N \cup \{\lambda\}$ und $w \in \Sigma^*$ sind. Eine Sprache heißt beidseitig linear, wenn sie von einer beidseitig linearen Grammatik erzeugt wird.

1. Zeigen Sie, dass $L_1 = \{a^n b^n \mid n > 0\}$ beidseitig linear ist.
2. Beweisen Sie das folgende Iterationslemma für beidseitig lineare Sprachen: Zu jeder beidseitig linearen Sprache L gibt es eine Konstante $n > 0$, sodass jedes Wort $w \in L$ mit $\ell(w) \geq n$ als Konkatenation $w = uvxyz$ dargestellt werden kann mit geeigneten u, v, x, y, z mit folgenden Eigenschaften:
 - a) $\ell(vy) > 0$;
 - b) $\ell(uvyz) \leq n$;
 - c) $\forall i \geq 0 : uv^i xy^i z \in L$.
3. Zeigen Sie mithilfe des Iterationslemmas, dass die folgende Sprache nicht beidseitig linear ist:

$$L_2 = L_1^* = \{a^n b^n \mid n > 0\}^*$$

4. Geben Sie einen deterministischen Kellerautomaten an, der L_2 akzeptiert. Begründen Sie die Richtigkeit Ihrer Konstruktion.