

Die Aufgaben werden am FR, 4.5., besprochen.

1. Aufgabe: (7+2+2 Punkte)

1. Finden Sie mithilfe der z -Transformation eine geschlossene Form für $a(n)$, gegeben durch

$$a(0) = 1, a(1) = 3 \text{ und } a(n) = 2a(n-1) + a(n-2) \text{ für } n \geq 2$$

2. Welche möglichst einfache aber doch genaue Funktion f können Sie angeben, für welche gilt: $a \in \Theta(f)$?
3. Untersuchen Sie, inwiefern diese Funktion f von den Anfangswerten $a(0)$ und $a(1)$ (un)abhängig ist.

2. Aufgabe: (3+2 Punkte)

Beim *Knotenüberdeckungsproblem* besteht die Aufgabe, in einem Graphen $G = (V, E)$ mit n Knoten eine kleinstmögliche Menge $C \subseteq V$ zu finden, sodass jede Kante wenigstens einen Knoten aus C als Endknoten besitzt. Ein einfacher Algorithmus hat die folgende Bauart; rekursiv erhält er den "aktuellen Graphen" $G = (V, E)$ und die "bisherige Überdeckungsmenge" C .

1. Ist V leer, so liefere C zurück. Andernfalls:
2. Wähle einen Knoten v .
3. Unterscheide (rekursiv) zwei Fälle:
 - a) Füge v zur (aktuellen) Menge C hinzu.
In der Rekursion betrachtet man den Graphen $G - v$ und die (neue) Menge C .
 - b) Füge v nicht zur aktuellen Menge C hinzu.
In der Rekursion betrachtet man den Graphen $G - N[v]$ und die (neue) Menge C , die durch Hinzufügen von $N(v)$ aus der (alten) Menge C entsteht.

Hierbei bezeichnet $G - X$ den Graphen, der durch Herauslöschung von X aus der Knotenmenge entsteht und durch Herauslöschung aller Kanten, die einen Endknoten in X haben, aus der Kantenmenge. $N(v)$ bezeichnet alle Nachbarknoten von v , und $N[v] = N(v) \cup \{v\}$ ist die abgeschlossene Nachbarschaft von v .

1. Bestimmen Sie geeignete Rekursionsgleichung(en), die die Laufzeit des Algorithmus abschätzen.
2. Von welcher Eigenschaft der gewählten Knoten hängt die Laufzeit (offenkundig) ab?
(Wie) könnte man diese Abhängigkeit ausnutzen?