5. Übungsblatt	**Grundlagen der Theoretischen Informatik III**	**SS 2012**
Die Aufgaben werden am FR, 25.5., besprochen.		

1. Aufgabe: *((1+1)+(1+2+3)+4 Punkte)*
Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Knotenüberdeckung $U \subseteq V$ heiße *beschützend*, wenn jeder Knoten u aus U einen Nachbarn v in U hat, d.h.: $\forall u \in U \exists v \in U : uv \in E$.

Beim Beschützenden KnotenÜberdeckungsProblem (BÜP) geht es darum, bei Eingabe von $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ zu entscheiden, ob G eine beschützende Knotenüberdeckung mit höchsten k Knoten besitzt.

Offensichtlich gibt es Ähnlichkeiten dieses Problems mit dem in der Vorlesung behandelten Knotenüberdeckungsproblem VC.

1. Geben Sie Graphen an, in denen
   - eine kleinstmögliche beschützende Knotenüberdeckung auch eine kleinstmögliche Knotenüberdeckung ist, bzw.
   - eine kleinstmögliche beschützende Knotenüberdeckung größer als eine kleinstmögliche Knotenüberdeckung ist.
2. In der Vorlesung haben wir eine Reduktion von $3 - SAT'$ auf VC kennengelernt.
   - Wieso klappt die Konstruktion nicht als Reduktion von $3 - SAT'$ auf BÜP?
   - Wie müsste / könnte man die Konstruktion abändern, um $3 - SAT' \leq_P$ BÜP zu zeigen?
   - Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer im vorigen Punkt angegebenen Konstruktion, dass es sich also (tatsächlich) um eine Polynomialzeitreduktion handelt.
3. Geben Sie eine direkte Reduktion für VC $\leq_P$ BÜP an und beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Konstruktion.

2. Aufgabe: *(8 Punkte)*
Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine dreielementige Knotenmenge $\{u, v, w\} \subseteq V$ heißt *Dreiecksmenge*, falls $\{uv, vw, uw\} \subseteq E$. Eine Knotenmenge $U \subseteq V$ heißt *Überdeckung aller Dreiecke*, wenn für jede Dreiecksmenge $\{u, v, w\} \subseteq V$ gilt: $\{u, v, w\} \cap U \neq \emptyset$.

Beim ÜberdeckungsProblem Aller Dreiecke (ÜPAD) soll bei Eingabe von $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ entschieden werden, ob G eine Überdeckung aller Dreiecke mit höchsten k Knoten besitzt.

Zeigen Sie: ÜPAD is NP-vollständig.