

Die Aufgaben werden am FR, 22.6., besprochen.

1. Aufgabe: (4+2+2 Punkte)

In der Vorlesung wurde ein dynamisches Programm zur Beantwortung der Frage vorgestellt, ob es einen Weg zwischen zwei Knoten eines Graphen gibt. Die folgenden Teilaufgaben können in Analogie behandelt werden. Es geht dabei um die Aufgabe, in einem gerichteten Graph G zur zwei beliebigen Knoten u, v zu ermitteln, ob es einen gerichteten Pfad von u nach v in G gibt und also eine entsprechende "Entfernungsmatrix" $D[u, v]$ aufzustellen.

1. Geben Sie eine geeignete induktive Definition für eine Hilfsentfernungstabelle $D[u, v, k]$ an und beweisen Sie, dass es ein geeignetes n gibt, sodass $D[u, v] = D[u, v, n]$ für alle Knoten u, v gilt.
2. Formulieren Sie explizit ein Programm in Pseudocode, das die induktive Definition als dynamisches Programm interpretiert.
3. Testen Sie Ihr Verfahren an einem nicht trivialen gerichteten Graphen Ihrer Wahl.

2. Aufgabe: (8+6 Punkte)

Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge $U \subseteq V$ heißt *beherrschend*, wenn jeder Knoten zu U gehört oder einen Nachbarknoten in U hat.

Beim Beherrschungsproblem (BP) soll bei Eingabe von $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ entschieden werden, ob G eine beherrschende Menge mit höchstens k Knoten besitzt.

1. Zeigen Sie: BP ist NP-vollständig.
2. Es gibt einen Algorithmus, der BP bei Eingabe eines beliebigen Baums in Polynomzeit löst.