

Übungen zur Vorlesung  
Komplexitätstheorie  
Aufgabenblatt zu VL 6

In der Übung Freitag 08.1.10 um 9.05 Uhr im HZ201  
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

**Aufgabe 1**

DOMINATING SET ist folgendes Problem:

**Eingabe:** Ein ungerichteter Graph  $G(V, E)$  und  $k \in \mathbb{N}^+$

**Frage:** Gibt es  $V' \subseteq V$  mit  $|V'| \leq k$ , so dass es für alle  $v \in V \setminus V'$  es ein  $u \in V'$  gibt, so dass  $\{u, v\} \in E$ .

Zeigen Sie, dass DOMINATING SET NP-vollständig ist.

(Tipp: Nehme VERTEX COVER zu Hilfe)

**Aufgabe 2**

Erinnerung: Eine Formel der Aussagenlogik ist in konjunktiver Normalform, wenn sie eine Konjunktion von Disjunktionstermen ist. Disjunktionsterme sind dabei Disjunktionen von Literalen. Literale sind nichtnegierte oder negierte Variablen.

MINSAT ist folgendes Problem: Gegeben eine Formel  $F$  in KNF über den Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , finde eine Belegung der Variablen, so dass höchstens  $k$  Klauseln erfüllt werden.

Interpretieren Sie die Klauseln als Knoten in einem Graphen. Verbinden Sie dann die Klauseln, welche nicht gleichzeitig falsch werden können. Dies ergibt den Graphen  $G_I$ . Zeigen Sie:

1. Wenn  $F$  eine Belegung hat, die  $k$  Klauseln wahr macht, so hat  $G_I$  ein Vertex Cover der Größe  $k$ .  
(Tipp: Nutze das Komplement eines Vertex Cover).
2. Wenn  $G_I$  ein Vertex Cover der Größe  $k$  hat, so besitzt  $F$  eine Belegung, die höchstens  $k$  Klauseln erfüllt.

Also gilt damit:  $F$  hat eine Variablenbelegung, die höchstens  $k$  Klauseln erfüllt, gdw.  $G_I$  eine Vertex Cover mit höchstens  $k$  Knoten besitzt (also  $\text{MINSAT} \leq_P \text{VERTEX COVER}$ ).