# Ausbalancieren von mehrdimensionalen Kosten mit Anwendungen auf mehrkriterielles TSP

Christian Glaßer Christian Reitwießner Maximilian Witek
Universität Würzburg

In der mehrkriteriellen Optimierung gibt es zu einem Problem stets mehr als nur eine Kostenfunktion, die es zu minimieren (oder maximieren) gilt. Dabei ist die beste Lösung natürlich nicht mehr eindeutig definiert, man ist an den sogenannten Pareto-optimalen Lösungen interessiert. Zu einer Pareto-optimalen Lösung gibt es keine andere Lösung, die in allen Kriterien mindestens so gut und in einem Kriterium besser ist.

Ein zentrales Problem in der mehrkriteriellen Optimierung ist das Ausbalancieren von Kosten: Man möchte aus einer Menge von Objekten mit (mehrdimensionalen) Kosten eine Teilmenge auswählen, so dass die Summe der Kosten in allen Kriterien ausgewogen ist.

Wir zeigen wie dieses Problem gelöst und auf mehrere Teilmengen mit Gewichtungen erweitert werden kann. So wird beispielsweise gezeigt, wie man eine Menge von Objekten in drei Container A, B, C aufteilen kann, so dass Container A in jedem Kriterium ungefähr einen Anteil von $\frac{1}{3}$, Container B einen Anteil von $\frac{1}{2}$ und Container C einen übrigen Anteil von $\frac{1}{6}$ der Kosten in jedem Kriterium erhält. Genauer kann man die Zahl der Container und auch die Anteile beliebig festlegen, die Abweichung vom exakten Ergebnis hängt nur (und nur linear) von der Anzahl der Kriterien ab und die Zuteilung kann in Polynomialzeit gefunden werden.

Weiter wird gezeigt, wie dieses allgemeine Resultat auf mehrkriterielle Maximierungsvarianten des Problems des Handlungsreisenden angewendet werden kann. Für asymmetrische Enfernungsfunktionen erhalten wir eine $\frac{1}{2}$-Approximation, die bisher beste bekannte Approximation beträgt $\frac{1}{2}-\varepsilon$. Für symmetrische Entfernungsfunktionen erhalten wir eine $\frac{2}{3}$-Approximation, hier beträgt die bisher beste bekannte Approximation $\frac{2}{3} - \varepsilon$.