Fachbereich IV - Abteilung Informatik
Theoretische Informatik
Universität Trier

Daniel Schmitt Tel.: (0651)201-3272

2. Übung:

Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2008 — 17. April 2008

Abgabe bis Donnerstag, 24. April 2008, vor der Übung

Aufgabe 2.1: (Punkte 4)

Beweisen Sie:

- $lim_{n\to\infty} f(n)/g(n) = \infty \Longrightarrow f(n) \in \omega(g(n))$.

Hinweise:

- Die Definition von ω ist analog zu o: $g(n) \in \omega(f(n))$ für $n \in N$, falls $\forall c > 0, \exists n_0 \in N$, so dass gilt: $\forall n \geq n_0 : |g(n)| > |cf(n)|$.

Aufgabe 2.2: (Punkte 6)

Ordnen Sie die folgenden Funktionen nach ihrem asymptotischen Wachstum:

$$n^{3/2} \quad n \log n \quad 5^n \quad n/1000 \quad n/\log\log n \quad n^{3/2}\log n$$

Hinweis: $g \in o(f) \iff \lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$

Aufgabe 2.3: (Punkte 3/3)

Rekursion:

- a) Schreiben Sie, in Pseudocode, eine rekursive Version der iterativen GGT Funktion von Blatt 1.
- b) Entwerfen Sie eine rekursive Funktion $find\_max(A, l, r)$, die in dem Interval $[l..r]$ des Arrays A die Position des grössten Wertes ermittelt und zurückgibt. Benutzen Sie diese Funktion um eine rekursive Funktion $insertion\_sort(A, r)$ zu entwickeln, die den Array A im Interval $[0..r]$ aufsteigend sortiert.

Aufgabe 2.4: (Punkte 3/3)

Rekursionsgleichungen:
Finden Sie für die folgenden beiden Rekursionsgleichungen erst eine geschlossene Form per Iterationsverfahren, überprüfen Sie dann dessen Korrektheit mit der vollständigen Induktion. Die Gleichungen haben eine exakte Lösung, Sie müssen nicht abschätzen. Eine Summenformel ist keine geschlossene Form.

- a) $T(n) = 5n + 4T(\frac{n}{2})\ \forall n = 2^x$, mit $T(1) = 5$.
- b) $T(n) = 10n + T(n-2)\ \forall n$ gerade, mit $T(2) = 20$.

Hinweis: $\sum_{i=0}^{m} 2^i = 2^{m+1} - 1$

Aufgabe 2.5: (Punkte 8)

Mastertheorem:
Berechnen Sie mit Hilfe des Mastertheorems möglichst genaue untere und obere Schranken für die wie folgt rekursiv definierten Funktionen T, falls möglich.

a) $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n \log n$

b) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n^3$

c) $T(n) = 2T(\frac{n}{4}) + \sqrt{n}$

d) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{\log n}$