Fernau / Gulan
Universität Trier

Wintersemester 2006/07

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Strukturen und Logik

Aufgabenblatt 7

Abgabe der Ausarbeitungen bis vor Beginn der ersten zugehörigen Übungssstunde
Wo? Fächer beschriftet mit „Diskrete Strukturen und Logik“ vor Raum H426

Aufgabe 27 (Funktionen) (2+2+2+2+4 Punkte)

1. Geben Sie an für folgende Relationen $R_i \subseteq A_i \times B_i$ an, ob sie Funktionen sind und wenn ja, ob sie surjektiv und/oder injektiv sind. Beweisen Sie Ihre Aussagen.
   (a) $R_1 \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$, $R_1 = \{(x, |x|) | \, x \in \mathbb{Z}\}$
   (b) $R_2 \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$, $R_2 = R_1^-$
   (c) $R_3 \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $R_3 = \{(x, \ln(x)) | \, x \in \mathbb{R}\}$
   (d) $R_4 \subseteq \mathbb{N} \times \{0, 1\}$, $R_4 = \{(x, x \mod 2) | \, x \in \mathbb{N}\}$
2. Gegeben die funktionalen Relationen $R \subseteq M \times N$ und $S \subseteq N \times O$. Zeigen Sie, dass $R \circ S$ ebenfalls funktional ist.

Aufgabe 28 (Ordnungen und Folgen) (3+4+4 Punkte)

1. Geben Sie eine Wohlordnungsvorschrift auf der Menge der deutschen Autokennzeichen an[1]. Geben Sie das kleinste und das grösste Element Ihrer Ordnung an.
2. Sei T die Menge aller ungerichteten Bäume, für $t_i \in T$ sei $t_i = (v_i, e_i)$. Sei weiter $R \subseteq T \times T$ derart, dass gilt: $(t_1, t_2) \in R \Leftrightarrow |v_1| \leq |v_2|$. Zeigen Sie, dass R Quasiordnung, aber nicht Halbordnung ist.
3. Zeigen Sie, dass zu jeder Funktion $f : \mathbb{N} \to T$ eine Folge $\hat{f}$ existiert, so dass gilt $(f(n) = t) \Rightarrow (\hat{f}(n) = t)$.

[1] Ein Autokennzeichen sei eine Sequenz von drei bis fünf Buchstaben, gefolgt von vier Ziffern

Aufgabe 29 (Fibonaccizahlen) (4 Punkte)

Zeigen Sie das für $k \geq 1$ gilt:

$$f_{n+k} = f_k f_{n+1} + f_{k-1} f_n$$