

Übungen zur Vorlesung  
Diskrete Strukturen und Logik  
Aufgabenblatt 9

Abgabe der Ausarbeitungen bis vor Beginn der ersten zugehörigen Übungsstunde  
Wo? Fächer beschriftet mit „Diskrete Strukturen und Logik“ vor Raum H426

**Aufgabe 38 (Kombinatorik)**

(3+2+2+3+3 Punkte)

1. Auf wieviele Arten kann man 12 unterscheidbare Bälle derart auf 3 Urnen verteilen, so dass eine Urne 3, eine 4 und eine 5 Bälle enthält?
2. Wieviel verschiedene Wörter lassen sich durch Permutation der Buchstaben aus RHODODENDRON bilden?
3. Für welches  $n$  gilt:

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{3}$$

4. (a) Zeigen Sie, dass es immer eine Zahl  $n$  gibt, so dass für  $i, j \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\binom{n}{i} = \binom{n}{j}$$

- (b) Zeigen Sie zusätzlich, dass dieses  $n$  eindeutig bestimmt ist.

**Aufgabe 39 (Wahrscheinlichkeiten)**

(4+2+2+3 Punkte)

1. Aus einem Skatenspiel (32 Karten) werden 3 Karten gezogen und beiseite gelegt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, im dritten Zug ein As zu ziehen, wenn bereits mindestens ein As gezogen wurde?
2. Eine faire Münze wird dreimal geworfen, dabei wird festgehalten, ob sie Kopf oder Zahl zeigt.
  - (a) Geben Sie den Ereignisraum an.

- (b) Notieren Sie die Ereignisse 'Kopf beim ersten Wurf' ( $A$ ) und 'mindestens zweimal Zahl' ( $B$ ) formal.
- (c) Berechnen Sie  $P(A \cup B)$  und  $P(A|B)$  an.

**Aufgabe 40 (Satz von Bayes)**

(3+5 Punkte)

1. Eine Mailbox enthält 30% Spam. In einer Spam-Mail kommt mit 15%-iger Wahrscheinlichkeit das Wort 'gratis' vor, in einer Mail, die nicht Spam ist, mit 2%-iger Wahrscheinlichkeit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Email, die das Wort 'gratis' enthält, eine Spam-Mail?
2. Eine blickdichte Urne enthält zwei Bälle die jeweils (d.h. unabhängig voneinander) schwarz oder weiß sein können (was aber unbekannt ist). Es wird nun zweimal ein Ball gezogen, dessen Farbe notiert und der Ball in die Urne zurückgelegt. Beidesmal wird ein weißer Ball gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer dritten Ziehung wieder ein weißer Ball gezogen wird?