

Übungen zur Vorlesung Formale Sprachen Aufgabenblatt 1

Mit den auf diesem Blatt verwendeten Begriffen und Objekten werden Sie die gesamte Vorlesung hindurch konfrontiert werden, sie stellen einen Teil des elementaren Werkzeugs zur Arbeit mit formalen Sprachen dar. Nehmen Sie notfalls das Internet als Recherchemöglichkeit wahr.

Aufgabe 1 (Begriffe und Notation)

Beantworten Sie die folgenden Fragen und notieren sie Ihre Antworten formal.

1. Seien A, B Mengen. Wie wird

- die *Potenzmenge* von A
- das *kartesische Produkt* von A und B
- eine *Relation* zwischen A und B
- das *Produkt* zweier Relationen R, S
- die *Potenz* einer Relation R
- eine *Abbildung* von A nach B
- die Menge aller Abbildungen von A nach B
- eine *Partition* von A
- eine *Äquivalenzrelation* auf A

formal notiert bzw wie ist sie/es definiert?

2. Sei M eine Menge. Was ist

- ein *Monoid* über M ?
- eine *Halbgruppe* über M ?
- ein *Homomorphismus* bzgl. eines Monoids?
- ein *inverser Homomorphismus*?

3. kann informal behandelt werden

- Was ist der Unterschied zwischen einer Relation und einer Abbildung?

- Welcher Zusammenhang besteht zwischen einer Äquivalenzrelation und einer Partition?
- Worin besteht der grundlegende Unterschied zwischen einer Funktion und einem Homomorphismus?

Aufgabe 2 (Chomsky-Hierarchie)

1. Die formalen Sprachen werden vorwiegend durch die *Chomsky-Hierarchie* klassifiziert. Geben Sie die definierende Eigenschaft jeder Klasse dieser Hierarchie an.
2. Überlegen Sie, warum die Chomsky-Hierarchie von so herausragender Bedeutung ist, bzw. eine fundamentale Abgrenzung zwischen den enthaltenen Sprachklassen bietet.
3. Was versteht man unter dem Begriff der *Abgeschlossenheit* einer Klasse unter einer Operation? Welche Operationen auf Sprachen kommen Ihnen in den Sinn?
4. Wozu ist eine *Normalform* nützlich? Welche Normalformen gibt es für welche Chomsky-Klassen?

Aufgabe 3 (Funktionen auf Wörtern)

Geben Sie rekursive Definitionen an für folgende Funktionen auf Wörtern an

1. $l : w \mapsto |w|$, wobei $|w|$ die Anzahl der Zeichen (aka 'Länge') in w ist.
2. $\#_a : w \mapsto |w|_a$, wobei $|w|_a$ die Häufigkeit des Zeichens 'a' in w ist.
3. $r : w \mapsto w^R$, wobei w^R das 'rückwärts gelesene' Wort w ist.

Aufgabe 4 (Abschlussbeweis)

In der Vorlesung haben Sie erfahren, daß alle 4 Klassen der Chomsky-Hierarchie unter nicht-löschenden Homomorphismen abgeschlossen sind. Zeigen Sie diese Eigenschaft für reguläre Sprachen.