

Übungen zur Vorlesung
 Formale Sprachen
 Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1 (graphenkontrollierte Grammatik I)

1. Zeigen Sie, daß $\{a^n b^n c^n | n \in \mathbb{N}\}$ keine kontextfreie Sprache ist.
2. Gegeben die graphenkontrollierte Grammatik

$$G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S, \Gamma, \{q_1\}, \{q_7\}, h)$$

wobei:

$$P = \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow aA|a, B \rightarrow bB|b, c \rightarrow cC|c\}$$

$$\Gamma = (\{q_1, q_2, q_3, q_5, q_6, q_7\}, \\
 \{(q_1, g, q_2), (q_2, g, q_3), (q_3, g, q_4), (q_4, g, q_2), (q_4, g, q_5), (q_5, g, q_6), \\
 (q_6, g, q_7), (q_7, g, q_5)\})$$

$$h : \begin{cases} q_1 \mapsto \{S \rightarrow ABC\} \\ q_2 \mapsto \{A \rightarrow aA\} \\ q_3 \mapsto \{B \rightarrow bB\} \\ q_4 \mapsto \{C \rightarrow cC\} \\ q_5 \mapsto \{A \rightarrow a\} \\ q_6 \mapsto \{B \rightarrow b\} \\ q_7 \mapsto \{C \rightarrow c\} \end{cases}$$

- (a) Zeichnen Sie Γ und kennzeichnen Sie jeden Knoten q_i mit $h(q_i)$ und markieren Sie die Start- und Endknoten.
- (b) Um welchen der in der Vorlesung vorgestellten Untertyp (ac/ut bzw. P/rc/M/Tv) einer graphenkontrollierten Grammatik handelt es sich bei G ?
- (c) Geben Sie die durch G erzeugte Sprache an.
- (d) Wie ändert sich die generierte Sprache durch Hinzufügen der Kantenmenge $\{(q_5, g, q_7), (q_6, g, q_5), (q_7, g, q_6)\}$?

Aufgabe 2 (graphenkontrollierte Grammatik II)

Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^{n^2} | n \in \mathbb{N}\}$

1. Zeigen Sie, daß L nicht kontextfrei ist.
2. Geben Sie eine graphenkontrollierte Grammatik vom Typ $\mathcal{L}^{gen}(P, CF, ac)$ an, die L generiert.

Hinweis: Benutzen Sie

$$n^2 = \sum_{1 \leq i \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor} 2i - 1$$

als Grundlage der Berechnung. Zu jedem $a^{n^2} \in L$ sollte eine Satzform α existieren mit $\alpha \Rightarrow^* a^{n^2}$ und $|\alpha|_A = n^2$ und $|\alpha|_X = n$ für eine Variable X . Weiterhin sollte zu α ein β existieren mit $\alpha \Rightarrow^* \beta$ wobei $|\beta|_A = (n+1)^2$ und $|\beta|_X = n+1$. Diese jeweilige Satzform speichert gewissermassen n in der Anzahl der X und n^2 in der Anzahl der A