

Übungen zur Vorlesung Formale Sprachen Aufgabenblatt 4

Aufgabe 1 (Programmierte Grammatiken)

Programmierte Grammatiken werden häufig in folgender Form dargestellt:

Definition 1. Eine programmierte Grammatik ist ein 4-Tupel $G = (V_N, V_T, P, S)$, wobei V_N Variablen- und V_T Terminalmenge sind und $S \in V_N$ das Startsymbol ist. P enthält markierte Tripel der Form $(r : \alpha \rightarrow \beta, \sigma(r), \varphi(r))$. Dabei ist r die Markierung, $\alpha \in V_N$, $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$ und σ und φ sind Mengen von Markierungen.

Die Menge der Markierungen wird auch $Lab(P)$ geschrieben, σ und φ können somit als Abbildungen $Lab(P) \rightarrow 2^{Lab(P)}$ betrachtet werden. Die direkte Ableitungsrelation $\Rightarrow \subseteq ((V_N \cup V_T)^* \times Lab(P))^2$ ist für programmierte Grammatiken wie folgt definiert:

Definition 2. $(\alpha, r) \Rightarrow (\alpha', r')$, wenn mit $(r : V \rightarrow \beta, \sigma(r), \varphi(r)) \in P$ entweder

1. $\alpha = \alpha_1 V \alpha_2$ und $\alpha' = \alpha_1 \beta \alpha_2$, so daß $r' \in \sigma(r)$ oder
2. $\alpha = \alpha'$, V kommt in α nicht vor und $r' \in \varphi(r)$

gilt.

Die durch eine programmierte Grammatik G erzeugte Sprache ist

$$L(G) = \{w \in V_T^* \mid (S, r) \Rightarrow^* (w, r')\}$$

, wobei \Rightarrow^* die reflexiv-transitive Hülle von \Rightarrow ist.

1. Gegeben die programmierte Grammatik $G = (\{S, A\}, \{a\}, P, S)$ wobei

$$\begin{aligned} P = & \{(r_1 : S \rightarrow AA, \{r_1\}, \{r_2, r_3\}), \\ & (r_2 : A \rightarrow S, \{r_2\}, \{r_1\}), \\ & (r_3 : A \rightarrow a, \{r_3\}, \emptyset)\} \end{aligned}$$

Geben Sie an, welche Sprache durch G erzeugt wird und beweisen Sie Ihre Aussage.

2. Beweisen Sie die Äquivalenz der obigen und der bereits bekannten Definition von $\mathcal{L}(C, P, ac)$. Geben Sie dazu Konstruktionen für die Umwandlungen der Darstellungen ineinander an und zeigen Sie induktiv deren Gleichmächtigkeit.
3. (informell) Welche Eigenschaften haben die Mengen σ und φ für Instanzen der Sprachklassen $\mathcal{L}(C, P, ut)$ und $\mathcal{L}(C, P)$?
4. Die Binärdarstellung einer Zahl n sei durch n_2 gegeben. Geben Sie ein programmierte Grammatik für die Sprache $L_2 = \{n_2\$a^n | n \in \mathbb{N}\}$ an.
Hinweis: Überlegen Sie, wie das Anfügen einer 0 bzw. 1 an eine Binärzahl deren Wert verändert

Aufgabe 2 (TBA)