

1. Aufgabe: *Ersetzungssysteme*

1. Eine *Stange Geld* bestehe aus n von links nach rechts ausgelegten 1€-Münzen, gefolgt von einem freien 'Feld' und dann n 2€-Münzen. Eine Münze darf in ein angrenzendes freies Feld gezogen werden, und sie darf über eine andere Münze hinweg auf ein freies Feld ziehen. Das Feld, auf dem eine gezogene die Münze lag, wird jeweils frei. Allerdings dürfen 1€-Münzen nur nach rechts und 2€-Münzen nur nach links gezogen werden. Zeigen Sie, dass diese Regeln genügen, um die 1 und 2€-Münzen einer Stange Geld zu vertauschen.

Formal: Sei $E = (\{\circledast, \circledcirc, \circ\}, \{\circledast\circ \rightarrow \circ\circledast, \circ\circledcirc \rightarrow \circledcirc\circ, \circledast\circ\circ \rightarrow \circ\circledast\circ, \circ\circledast\circ \rightarrow \circ\circ\circledast\})$,
zeigen Sie $\circledast^n\circ\circledast^n \in L_g(E, \{\circledast^n\circ\circledast^n\})$

2. Sei $ES = (V, F)$ ein Ersetzungssystem und $A_1, A_2 \subseteq V^*$. Zeigen Sie, dass gilt

$$L_g(ES, A_1) = L_g(ES, A_2) \text{ gdw. } A_1 \subseteq L_g(ES, A_2) \wedge A_2 \subseteq L_g(ES, A_1)$$

3. Zu einer binären Relation R sei R^{-1} die symmetrische Relation. Ein Ersetzungssystem (V, F) ist ein *Thue-System*, falls $F = F^{-1}$ gilt. Sei nun E ein Thue-System; zeigen Sie, dass gilt: $L_g(E, A) = L_a(E, A)$.
4. Formalisieren Sie die Arbeitsweise einer Einband-Turingmaschine als Ersetzungssystem.