2. Übungsblatt	**Grundlagen der Theoretischen Informatik III**	**SoSe 2010**

Abgabe: bis 28.4.2010, 14:00 im Zettelkasten vor Raum H426

1. Aufgabe: *(8 Punkte)*

Die Fibonacci-Zahlen f_i sind definiert vermöge

$$f_0 = 0,\ f_1 = 1 \text{ und } f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

Eine direkte Implementierung davon ist

Algorithmus 1 : FIB

```
Eingabe : n ∈ ℕ
Ausgabe : f_n
if n ≤ 1 then
    return n
else
    return FIB(n-1) + FIB(n-2)
```

1. Zeigen Sie, dass Algorithmus 1 exponentielle Laufzeit besitzt. Bestimmen Sie dazu eine untere Schranke für die Anzahl der Aufrufe von FIB bei Eingabe n.
2. Geben Sie eine alternative Implementierung von FIB an, die unter uniformem Kostenmass lineare Laufzeit besitzt.

2. Aufgabe: *(5 Punkte)*

Sei $T(n)$ die Laufzeit eines Divide-and-Conquer - Algorithmus', mit

$$T(n) = T(\lceil n/2 \rceil) + T(\lfloor n/2 \rfloor) + n$$

Zeigen Sie durch Induktion, dass gilt: $T(n) = \mathcal{O}(n \log n)$.

3. Aufgabe: *(7 Punkte)*

Finden Sie mithilfe der z-Tranformation eine geschlossene Form für a_n, gegeben durch

$$a_0 = 1,\ a_1 = 3 \text{ und } a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$