

Analog zur konjunktiven Normalform ist die disjunktive Normalform, kurz *DNF*, wie folgt definiert:

- Ein *Literal* ist eine Aussagenvariable oder eine negierte Aussagenvariable
- Eine *Ko-Klausel* ist eine Konjunktion von Literalen
- Eine Formel ist in DNF, wenn sie eine Disjunktion von Ko-Klauseln ist

Zum Beispiel ist $(x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1) \vee (\neg x_1 \wedge x_3 \wedge x_4)$ in DNF. Die Menge aller erfüllbaren Formeln in DNF wird als DNF-SAT bezeichnet.

1. Aufgabe: (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass DNF-SAT in P liegt. Skizzieren Sie dazu ein WHILE-Programm, das DNF-SAT in Polynomzeit und ohne Verwendung einer guess-Methode löst. Erklären Sie, warum Ihr Programm tatsächlich in Polynomzeit läuft.

2. Aufgabe: (8 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass jede Formel F in KNF in eine erfüllungsäquivalente Formel F' in DNF überführt werden kann, d.h. so dass $\phi(F) = \phi(F')$ für jede Belegung ϕ gilt.

2. Wir 'beweisen' nun $P = NP$:

Wie soeben gezeigt, kann eine Formel F in KNF in eine erfüllungsäquivalente Formel F' in DNF überführt werden. Da die Erfüllbarkeit von F' laut Aufgabe 1. in Polynomzeit entscheidbar ist, gilt dies auch für die Erfüllbarkeit von F . Somit liegt KNF-SAT in P und der Satz v. Cook liefert $P = NP$.

Was ist an obiger Argumentation falsch?

3. Aufgabe: (4 Punkte)

Entscheiden Sie, ob folgendes Problem in P liegt, und beweisen Sie Ihre Antwort:

- Gegeben: ein gerichteter Graph $G = (V, A)$ und $v, v' \in V$
- Gefragt: existieren $n \in \mathbb{N}$ und $v_i \in V$, $1 \leq i \leq n$, so dass gilt:

$$v = v_1, (v_i, v_{i+1}) \in A \text{ für } 1 \leq i < n \text{ und } v_n = v'$$