

**1. Aufgabe:** (8 Punkte)

Zeigen Sie für jedes der folgenden Probleme, dass es in  $NP$  liegt. Reduzieren Sie dazu Knotenüberdeckung auf das jeweilige Problem und zeigen Sie die Korrektheit und polynomielle Komplexität Ihrer Reduktion(en).

## 1. MULTICUT

- *Gegeben:* Ein Graph  $G = (V, E)$ , eine Menge von Knotenpaaren  $P \subseteq V^2$ , eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ .
- *Gefragt:* Existiert  $C \subseteq E$  mit  $|C| \leq k$ , so dass  $G' = (V, E \setminus C)$  für kein  $(v, v') \in P$  ein Pfad zwischen  $v$  und  $v'$  existiert?

Tip: Multicut ist bereits auf sog. *Sternen* NP-hart. Ein Stern ist ein Baum mit dessen Pfade maximal 2 Kanten enthalten.

## 2. TOTAL VERTEX COVER

- *Gegeben:* Ein Graph  $G = (V, E)$ , eine Zahl  $k \in \mathbb{N}$ .
- *Gefragt:* Existiert eine Knotenüberdeckung  $C$  mit  $|C| \leq k$  und  $\forall v \in C \exists v' \in C : \{v, v'\} \in E$ ?

**2. Aufgabe:** (10 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph,  $M \subseteq V$ .

- $M$  heisst *unabhängig*, wenn gilt  $\forall v, v' \in M : \{v, v'\} \notin E$ .
- $M$  heisst *dominierend*, wenn gilt  $\forall v \in V \exists v' \in M : \{v, v'\} \in E$ .

1. Geben Sie ein dynamisches Programm an, dass in Polynomzeit eine größte inklusionsmaximale unabhängige Menge für Bäume ermittelt.
2. Sei  $M \subseteq V$  für  $G = (V, E)$ . Zeigen Sie, dass  $M$  eine kleinste inklusionsmaximale unabhängige Menge ist genau dann wenn  $M$  eine kleinste unabhängige dominierende Menge ist.
3. Geben Sie nun ein dynamisches Programm an, dass eine kleinste inklusionsmaximale unabhängige Menge für Bäume ermittelt. Vergleichen Sie den 'Programmieraufwand' mit dem der 1. Teilaufgabe.