9. Übungsblatt	Grundlagen der Theoretischen Informatik III	SoSe 2010
	Abgabe: bis 23.6.2010, 14:00 im Zettelkasten vor Raum H426	

Notation: Für $G = (V, E)$ sei

- $G \setminus V' := (V \setminus V',\ E \setminus \{e \mid e \cap V' \neq \emptyset\})$ (Löschen einer Menge von Knoten V')
- $N[x] := \{x\} \cup \{y \mid \{x, y\} \in E\}$ (abgeschlossene Nachbarschaft von x)

1. Aufgabe: *(6 Punkte)*

Sei $VC = \{(G, k) \mid G$ hat ein Vertex-Cover der Grösse $k\}$. Zeigen Sie die Korrektheit der Reduktionsregeln aus der Vorlesung, im Einzelnen:

1. falls $|N[x]| = 1$, so gilt $(G, k) \in VC$ gdw. $(G \setminus \{x\},\ k) \in VC$
2. falls $|N[x]| = 2$, so gilt $(G, k) \in VC$ gdw. $(G \setminus N[x],\ k - 1) \in VC$
3. falls $|N[x]| > k + 1$, so gilt $(G, k) \in VC$ gdw. $(G \setminus \{x\},\ k - 1) \in VC$
4. falls keine der Regeln 1-3 anwendbar ist und $|E| > k^2$ für $G = (V, E)$, so gilt $(G, k) \notin VC$

2. Aufgabe: *(8 Punkte)*

1. Zeigen Sie, dass Vertex-Cover für Bäume in P liegt.
2. Sei $G = (V, E)$ ein Graph, der eine (bekannte) Kantenmenge E' enthält, so dass $(V, E \setminus E')$ ein Baum ist. Zeigen Sie, dass Vertex-Cover für G in $\mathcal{O}^*(2^{|E'|})$ berechenbar ist.

3. Aufgabe: *(6 Punkte)*

Das Problem MAXSAT lautet wie folgt:

Eingabe: eine aussagenlogische Formel ϕ in KNF

Parameter: eine natürliche Zahl k

Frage: existiert eine Belegung von ϕ, die wenigstens k Klauseln erfüllt?

1. Zeigen Sie, dass MAXSAT NP-hart ist.
2. Welche der nachstehenden Behauptungen sind korrekte Reduktionsregeln für MAXSAT, welche nicht? Begründen sie Ihre Antwort jeweils.

   a) Besteht eine Klausel aus einem Literal, so belege die Variable entsprechend und verringere k um 1.

   b) Kommt die Variable x ausschließlich negiert vor, so belege x mit 'falsch' und verringere k um die Anzahl der Klauseln, in denen x vorkommt.

   c) Kommen die Variablen x, y und z nur in den Klauseln $(x \vee y)$, $(\neg y \vee z)$ und $(\neg x \vee \neg z)$ vor, lösche diese drei Klauseln und verringere k um 1.

   d) Kommt die Variable x nur in den Klauseln $(x \vee y)$, $(y \vee z)$ und $(\neg x)$ vor, ersetze x durch y und lasse k unverändert.