



Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
Aufgabenblatt 3

In der Übung Mittwoch 16.5.07 um 8.15 Uhr im H11
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Einführung RAMs (Random Access Machine)

Eine Registermaschine besteht aus einer zentralen Recheneinheit, einem Speicher, einem Eingabeband, einem Ausgabeband und einem Programm. Der Speicher besteht aus abzählbar vielen Registern, numeriert mit $1, 2, \dots$. Jedes Register kann eine natürliche Zahl aufnehmen. Die zentrale Recheneinheit besteht aus dem Akkumulator mit Adresse 0 und dem Befehlszähler. Der Akkumulator kann auch Zeichen speichern. Der Befehlszähler speichert eine Zahl die den aktuellen Befehl des Programms angibt. Die RAM hat ein Eingabeband und Ausgabeband. Auf beiden kann der Ausgabekopf nur von rechts nach links bewegt werden. Die RAM kann durch folgendes Quintupel beschrieben werden:

(b, c, w, p, x) :

$b \in \mathbb{N}$ Inhalt des Befehlszählers, $c(i)$ Inhalt Register i , $w \in A^*$ Eingabebandinhalt, $P \in \{1 \dots |w|\}$ Pos. des Lesekopfs auf Eingabe, $x \in A^*$ Ausgabeband.

Die RAM unterstützt folgende Befehle:

Befehl	Wirkung
LOAD i	$c(0) \leftarrow c(i); b \leftarrow b + 1$
STORE i	$c(i) \leftarrow c(0); b \leftarrow b + 1$
ADD i	$c(0) \leftarrow c(0) + c(i); b \leftarrow b + 1$
SUB i	$c(0) \leftarrow c(0) - c(i); b \leftarrow b + 1$
READ	$c(0) \leftarrow w_p; p \leftarrow p + 1; b \leftarrow b + 1$
PRINT a	$x \leftarrow xa; b \leftarrow b + 1 (a \in A)$

Es gibt für eine RAM 2 verschieden Kostenmaße: Die uniforme Zeitkomplexität von M angesetzt auf eine Eingabe x ist die Anzahl von Schritten, die M unternimmt.

Die Kosten eines Schrittes ist die Summe der Binärdarstellungen aller in diesem Schritt betrachteten Registerinhalte. Die logarithmische Zeitkomplexität ist die Summe der Kosten aller Schritte von M auf Eingabe x .

Aufgabe 1 (TM simuliert RAM)

Zeige:

1. Jede logarithmisch $t(n)$ -zeitbeschränkte RAM kann durch eine $O(t^2(n))$ -zeitbeschränkte 3-Band-TM simuliert werden.
2. uniform $t(n)$ -zeitbeschränkte RAM kann durch eine $O(t^3(n))$ -zeitbeschränkte 3-Band-TM simuliert werden.

Aufgabe 2 (RAM simuliert TM)

Zeige: Jede $t(n)$ -zeitbeschränkte TM kann durch eine uniform $O(t(n))$ -zeitbeschränkte bzw. logarithmisch $O(t(n) \log t(n))$ -zeitbeschränkte TM simuliert werden.

Aufgabe 3 (Geklammerte Ausdrücke)

Zeige, dass die Sprache L , der wohlgeklammerten Ausdrücke über $\Sigma = \{ (,) \}$ in Platz $O(\log n)$ entscheidbar ist. Es gilt $((())) \in L$, aber $((()()) \notin L$.

Hinweis: Für die anzugebenden Konstruktionen ist nur eine Beschreibung auf abstraktem Niveau nötig und nicht jede Einzelheit von Interesse (insb. reicht es wenn man nur 2 Befehle der RAM mittels der TM simuliert).