

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
Aufgabenblatt 5

In der Übung Mittwoch 6.6.07 um 8.15 Uhr im H11
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass \leq_P und \leq_L transitiv sind.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass EINFACHES PEBBLE **NL**-vollständig bezgl. \leq_L ist. Überlegen Sie, welches andere Problem Sie auf EINFACHES PEBBLE reduzieren müssen.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass ZUSAMMENHANG ist **NL**-vollständig bzgl. \leq_L . Überlegen Sie, welches andere Problem Sie auf ZUSAMMENHANG reduzieren müssen.

Aufgabe 4

Eine bool'sche Formel F ist in 2-konjunktiver Normalform (2KNF), wenn sie die folgende Form hat:

$$F = (l_1 \vee l_2) \wedge (l_3 \vee l_4) \wedge \dots \wedge (l_{n-1} \vee l_n)$$

Dabei sind die l_i Literale, also bool'sche Variablen oder deren Negation. Das Problem für eine Formel in 2-KNF zu entscheiden, ob sie erfüllbar ist, heißt 2SAT. Das Problem für eine Formel in 2-KNF zu entscheiden, ob sie *nicht* erfüllbar ist, heißt 2UNSAT.

1. Zeigen Sie, dass 2UNSAT **NL**-hart ist. Überlegen Sie, welches andere Problem Sie auf 2UNSAT reduzieren müssen. Sie müssen wahrscheinlich überlegen, wie Sie gerichtete Kanten als 2-Klauseln modellieren (Tipp: Implikation).
2. Zeigen Sie, dass 2SAT co-**NL**-hart ist.
3. Sei eine Formel F in 2KNF gegeben. Für jede Klausel $(u \vee v)$ konstruieren wir folgendes Implikationspaar:

$$(\neg u \Rightarrow v) \text{ und } (\neg v \Rightarrow u)$$

$G = (V, E)$ sei der Graph mit $V = \{u \mid u \text{ ist Literal in } F\}$ und $E = \{(u, v) \mid \exists (\neg u \Rightarrow v)\}$

Zeige: F ist nicht erfüllbar \iff Es gibt einen Zykel C in G , der zwei komplementäre Literale $u, \neg u$ enthält.

4. Zeige $2\text{UNSAT} \in \mathbf{NL}$.

5. Zeige $2\text{SAT} \in \text{co-NL}$.