Fernau/Raible
Wintersemester 2007/08
Universität Trier

Theoretische Informatik Trier

Übungen zur Vorlesung

Parametrisierte Algorithmen

Aufgabenblatt 3

In der Übung Mittwoch 21.11.07 um 8.30 Uhr im H406
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1 (Datenreduktionsregeln bei Hitting Set)
Finden Sie für 3-Hitting-Set Reduktionsregeln, die der Buss-Regel für Vertex Cover ähneln.
Konkret: **a)** Seien $a, b \in V$. Wann können Sie entscheiden, dass a, b in eine optimale 3-Hitting-Set-Lösung muss ? Ziehen Sie in Betracht, in wie vielen Mengen a, b enthalten sind.
b) Sei $z \in V$. Wann können Sie entscheiden, dass z in eine optimale 3-Hitting-Set-Lösung muss ? Ziehen Sie in Betracht, in wie vielen Mengen z enthalten ist und dass bereits die vorherige Regel erschöpfend angewendet wurde.
Leiten Sie daraus einen Kern von $O(k^3)$ für 3-Hitting-Set her.

Aufgabe 2. (Datenreduktionsregeln bei MAXSAT)
Das NP-harte Problem MAXSAT ist wie folgt definiert:

> **MAXSAT**
> **Eingabe:** Eine aussagenlogische Formel in konjunktiver Normalform sowie eine positive ganze Zahl k.
> **Frage:** Gibt es eine Variablenbelegung, durch die mindestens k Klauseln der Formel erfüllt werden?

Nachfolgend sind einige (vermeintliche) Reduktionsregeln für MAXSAT angegeben. Wir nehmen dabei an, dass in einer Klausel eine Variable höchstens einmal vorkommt. Entscheiden Sie jeweils über die Korrektheit der vorgeschlagenen Regeln (Begründung!).

1. Gibt es in F eine Klausel, bestehend aus nur einem Literal, so belege die zugehörige Variable entsprechend und erniedrige k um 1.

2. Kommt in F eine Variable x z.B. ausschließlich nichtnegiert vor, so kann diese Variable mit „wahr“ belegt werden und k ist um die Anzahl der Vorkommen von x in F zu erniedrigen.

3. Kommen in F die „Monoklauseln“ (x) und $(\overline{x})$ vor, so lösche beide Klauseln und erniedrige k um 1.

4. Die Variablen x, y, und z kommen in F ausschließlich in folgenden drei Klauseln vor: $(x \vee y) \wedge (\overline{y} \vee z) \wedge (\overline{z} \vee \overline{x})$. Dann lösche die drei Klauseln und erniedrige k um 3.

5. Die Variable x komme ausschließlich in folgenden drei Klauseln vor: $(x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (\overline{x})$. Dann ersetze x durch y und lasse k unverändert.

6. Die Variable x komme ausschließlich in folgenden drei Klauseln vor: $(x \vee y) \wedge (y \vee z) \wedge (\overline{x})$. Dann ersetze x durch $\overline{y}$ und erniedrige k um 1.

Hinweis: Ein Literal ist eine negierte oder nichtnegierte aussagenlogische Variable.

Aufgabe 3. (Platzierungsproblem)

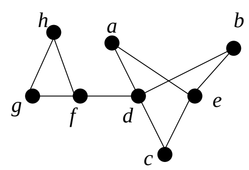
Gegeben seien n Orte in der Euklidischen Ebene. Die Aufgabe ist es, k dieser Orte als Sendestationen auszuwählen, sodass jeder der restlichen Orte innerhalb des Senderadius (das Sendegebiet ist immer kreisförmig) einer Sendestation ist. Dabei habe jede Sendestation Senderadius 2 und zwei beliebige Orte sollen Mindestabstand 1 voneinander haben.

Finden Sie eine Problemkernreduktion in Hinsicht auf Parameter k.

Hinweis: Sie können einen linearen Kern zeigen. Denken Sie an den Mindestabstand und die Nachbarschaft eines Lösungsknotens. Sie werden sicher etwas Geometrie brauchen.

Aufgabe 4. (Nemhauser-Trotter-Verfahren)

Gegeben sei folgender Graph G:



Berechnen Sie für G die Mengen C_c und V_c mit Hilfe von Algorithmus 4 (VCNT) aus der Vorlesung. Geben Sie damit ein kleinstmögliches Vertex Cover für G an.

Hinweis: Berechnen Sie ein optimales Vertex Cover für G_{BP} durch ein größtmögliches Matching. Überlegen Sie, was Sie tun müssen, wenn das Matching für G_{BP} nicht perfekt ist (also beide Seiten nicht ganz 'abgedeckt' sind). Es können keine erweiternden (alternierenden) Pfade mehr vorhanden sein.

Welche Bedeutung hat es für den Kern, dass G_{BP} ein perfektes Matching hat?