Theoretische Informatik Trier

Fernau/Raible
Wintersemester 2007/08
Universität Trier

Übungen zur Vorlesung

Parametrisierte Algorithmen

Aufgabenblatt 4

In der Übung Mittwoch 5.12.07 um 8.30 Uhr im H406
werden die Übungsaufgaben vorgerechnet.

Aufgabe 1 (Erzeugende Funktionen & Rekursionen)

Geben Sie eine geschlossene Form für die folgende Rekursion an:

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$$

Aufgabe 2 (Schlechte Suchbäume)

Wir betrachten das Problem OFFENSIVE ALLIANCE auf Graphen. Hierzu definieren wir für eine Knontenmenge A folgendes: $\partial A = N[A] \setminus A$. Eine offensive Alliance ist eine Knotenmenge $S \subset V$, so dass für alle $v \in \partial S$ gilt: $|N[v] \cap S|| \geq N[v] \setminus S$. S kann bildlich gesprochen alle seine Gegner auf dem Rand angreifen, da sie nicht genügend Freunde außerhalb der offensiven Allianz haben.

Gesucht ist nun eine offensive Allianz mit Höchstgröße k. Zeigen Sie OFFENSIVE ALLIANCE $\in$ FPT.

Aufgabe 3 (Gute Suchbäume)

Eine Spalten- bzw. Zeilenverschmelzung in einer Matrix sei die elementweise UND-Verknüpfung der beiden Spalten/Zeilen.
MATRIX-LINE-MERGING (MLM) sei folgendes Problem:

Gegeben: Eine Matrix mit $0, 1$-Einträgen.
Gesucht: Eine Sequenz von k Verschmelzungen von benachbarten Zeilen oder Spalten, so dass die 0-Matrix resultiert.

1. Zeigen Sie dass (MLM) in $O(4^k)$ gelöst werden kann.
   Tipp: Überlegen Sie, durch welche Verschmelzungen eine 1 in der Matrix nur gelöscht werden kann.

2. Verbessern Sie den Algorithmus, so daß er Laufzeit $O(3^k)$ besitzt.
   Tipp: Was kann man mit 0-Zeilen bzw. 0-Spalten am Rand tun?

Aufgabe 4 (Kombinatorik)

1. Sei $\Upsilon(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen edge dominating set eines beliebigen Graphen G. Sei $\zeta(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen maximalem Matchings (Minimum Maximal Matching). Zeigen Sie, dass $\Upsilon(G) = \zeta(G)$ für alle Graphen G gilt.

2. EDGE COVER fragt nach eine Kantenmenge $E' \subseteq E$, so dass für alle $v \in V$ es ein $e' \in E'$ gibt mit $v \in e$. Sei $\rho(G)$ die Größe eines kleinstmöglichen edge cover und M eine größtmögliches Matching.

   (a) Zeigen Sie $\rho(G) + |M| = |V|$.

   (b) Nutzen Sie dies um einen Polyniomalzeitalgorithmus für EDGE COVER zu entwickeln.