Theoretische Informatik Trier

Fernau/Raible
Wintersemester 2007/08
Universität Trier

Übungen zur Vorlesung

Parametrisierte Algorithmen

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1
Ihre erstklassige Anstellung als Informatiker ermöglicht es Ihnen sich ihr 'Traumauto' zu leisten. Sie werden also bei einem Mercedes-Autohaus vorstellig und äußern ihre Wünsche. Sie nehmen das Standardmodell wollen aber folgende Extras: Spoiler (sp), Kuhfänger (kf), Stollenreifen (sr), Tieferlegen (tf), V8-Motor (V8), Kühlschrank (ks), Alufelgen (af), Riesenradkasten (rrk) und als Farbe Gold.
Der Verkäufer äußert Bedenken. Die Farbe Gold und sr werden von verfeindeten Zulieferern bezogen. Sie können also nur eines von beiden haben da der Verkäufer sonst einen Boykott eines Zulieferers fürchtet. sp und kf beißen sich, kf, sr und tl ebenso. V8, tl und ks ergeben zuviel Gewicht. Gleiches gilt für tl, sp und ks. Für sr gibts keine af. Bei der Kombination sr, af, rrk und kf kann man den kf nicht befestigen.
Finden Sie nun eine kleinstmögliche Menge von Extras die sie weglassen können so daß ihr Traumauto realisiert werden kann.

Aufgabe 2 Hitting Set on a line
Gegeben sein n Intervalle $I_1 \ldots I_n$ auf der reellen Geraden von 0 bis ∞. Gesucht ist eine minimale Menge von Punkten X auf dieser Geraden, so es daß für alle I_j mit $1 \leq j \leq n$ es ein $x \in X$ gibt mit $x \in I_j$. Zeigen Sie, daß man Hitting Set on a line in Zeit $O(n \log n)$ lösen kann.

Aufgabe 3 Kerne

1. Finden Sie für 3-Hitting-Set Reduktionsregeln die der Buss-Regel für Vertex Cover ähneln. Konkret: **a)** Seien $a, b \in V$. Wann können Sie entscheiden, daß a, b in eine optimale 3-Hitting-Set-Lösung muß. Ziehen Sie in Betracht in wievielen Mengen a, b enthalten sind.
   b) Sei $z \in V$. Wann können Sie entscheiden, daß z in eine optimale 3-Hitting-Set-Lösung muß. Ziehen Sie in Betracht in wievielen Mengen z enthalten ist und daß bereits die vorherige Regel erschöpfende angewendet wurde.
   Leiten Sie daraus einen Kern von $O(k^3)$ für 3-Hitting-Set her.

2. Maximum Acyclic Subgraph ist folgendes Problem:
Gegeben ist ein gerichteter Graph $G(V, A)$. Gesucht ist eine möglichstgroße Menge $A' \subset A$ die azyklische ist (also keinen gerichteten Kreis enthält).
Wir betrachten folgenden Algorithmus:

```
Sol=∅.
for all v ∈ V do
  Sei A_in(v) die Menge eingehender Kanten von v und A_out(v) die
  Menge ausgehender Kanten von v.
  if A_in(v) ≥ A_out(v) then
    Sol=Sol ∪A_in(v)
  else
    Sol=Sol ∪A_out(v)
  end if
  Lösche v und alle inzidenten Kanten.
end for
```

(a) Begründe warum Sol azyklisch ist.

(b) Sei $A_{opt} \subseteq A$ eine optimale Lösung. Zeige $\frac{|A_{opt}|}{|Sol|} \leq 2$.

(c) Benutze den Algorithmus um einen linearen Kern für Maximum Acyclic Subgraph herzuleiten. Betrachten Sie die beiden Fälle $|Sol| \geq k$ und $|Sol| < k$.

Aufgabe 4

Zeige, daß independent Dominating Set äquivalent zu Minimum maximal Independent Set ist. Zeige also: Jede Lösung der Größe ℓ für independent Dominating Set ist eine Lösung für Minimum maximal Independent Set und umgekehrt.