

Monetäre Außenwirtschaft

Prof Dr. Christian Bauer

Universität Trier

February 12, 2011

The Krugman target zone model

$p(t)$ Fundamentaldaten = Wechselkurs im flexiblen Regime =
"Schattenwechselkurs"

$s(t)$ Logarithmus des Spotwechselkurses

Random Walk Annahme

$$dp(t) = \sigma dz(t) \quad (1)$$

Entwicklungsgleichung des Wechselkurses

$$s(t) = \pi p(t) + \gamma \frac{E[ds(t)]}{dt} \quad (2)$$

Flexibles Regime: $\frac{E[ds(t)]}{dt} = 0$, also i.W. $p(t) = s(t)$

Target Zone Regime: Geldpolitik: Zentralbank verpflichtet sich zur Einhaltung des Bandes durch Interventionen.

Folge:

$$\begin{aligned} \frac{E[ds(t)]}{dt} &< 0 \text{ für } s > 0 \\ \frac{E[ds(t)]}{dt} &> 0 \text{ für } s < 0 \end{aligned}$$

Das Band

Band $[\underline{s}, \bar{s}]$ mit Symmetrieannahme, $\bar{s} = -\underline{s}$ und Zentrum 0

Ist das Band glaubwürdig, so ergibt sich als Lösung:

$$s(t) = p(t) + A[e^{\rho p(t)} - e^{-\rho p(t)}], \text{ mit } A < 0 \quad (3)$$

wobei ρ von der Volatilität der Fundamentaldaten σ^2 und dem Einfluss der Erwartungen γ abhängt.

$$s(t) = p(t) + A[e^{\rho p(t)} - e^{-\rho p(t)}], \text{ mit } A < 0 \quad (4)$$

Honeymoon-Effekt: Der Wechselkurs innerhalb des Bandes bleibt selbst ohne die tatsächliche Notwendigkeit von Zentralbankinterventionen nur aufgrund der in die Preisbildung inkludierten Erwartungen näher an der Mitte des Bandes als der fundamentale Wechselkurs.

$Ae^{\rho p(t)}$ entspricht der impliziten Short Position der Call Option und ist negativ für alle $p(t)$, während $-Ae^{-\rho p(t)}$ die Long Position des impliziten Put repräsentiert und einen positiven Wert hat.

Die S-Kurve schmiegt sich glatt an das Band an:

$$\bar{s} = \bar{p} + A[e^{\rho\bar{p}} - e^{-\rho\bar{p}}] \quad (5)$$

$$0 = 1 + \rho A[e^{\rho\bar{p}} + e^{-\rho\bar{p}}], \quad (6)$$

Nach Zentralbankinterventionen $p^{CB}(t)$ gilt:

$$s(t) = p(t) + p^{CB}(t) + A[e^{\rho(p(t)+p^{CB}(t))} - e^{-\rho(p(t)+p^{CB}(t))}]. \quad (7)$$

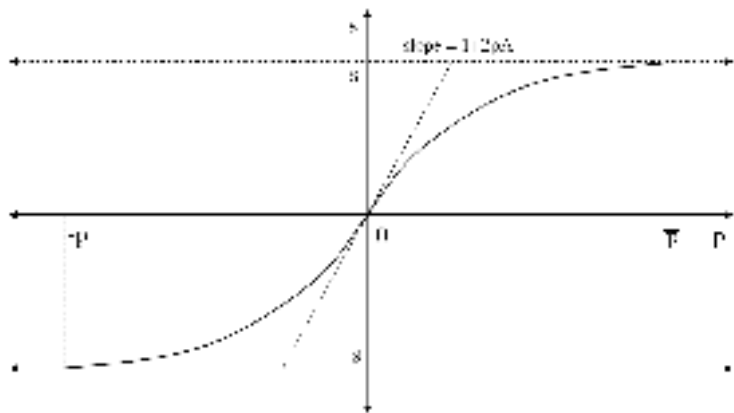


Figure: Exchange rate target zone

Maximale Steigung: $s'_p = 1 + 2\rho A$, $A < 0$

Probleme des Ansatzes

Die Annahme der vollständigen Glaubwürdigkeit ist inkonsistent:

Lösung gilt nur innerhalb eines Intervalls $[\underline{p}, \bar{p}]$. p ist ein Random Walk \Rightarrow p verlässt $[\underline{p}, \bar{p}]$ mit Wahrscheinlichkeit 1 \Rightarrow sicherer Zusammenbruch des Regimes irgendwann in der Zukunft

Modellannahme: Zentralbankinterventionen nur am Rand des Bandes

Realität: Interventionen in der Regel in der Nähe der Mitte des Bandes

Empirische Widersprüche:

Im Modell bewegt sich s die meiste Zeit in der Nähe des Randes, in der Realität eher in der Mitte.

Zudem fehlen im Modell Volatilitätscluster, dicke Schwänze der Return-Verteilung (Leverage) usw.

Market maker

N Kunden geben Aufträge $x_i(t)$, $i = 1, \dots, N$ (anonym) an den Market maker

Order flow $x(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t)$ (Überschussnachfrage)

vereinfachende Annahmen: Risikoneutralität, kein Inventory

$$p'(t) = x(t)$$

Heterogene Agenten

Markteffizienzhypothese: In den vergangenen Preisen ist keine relevante Information mehr enthalten.

Rationale Erwartungen: Die subjektive Erwartung entspricht der Modellerwartung.

typische Paare: Noise trader & Fundamentalisten, Fundamentalisten & Chartisten, Chartisten: langfristig & kurzfristig;

Gewichtung der Händlertypen: exogen gegeben oder endogen (z.B. nach Performance)

Interpretation (jeweils u.U. sehr unterschiedliche Implikationen): entweder unterschiedliche Personen am Markt oder dieselben Personen, die jedoch die Methodik wechseln, oder dieselben Personen, die einen gewichteten Mittelwert aus den Methoden bilden

Chartisten, Fundamentalisten und Noise trader:

Noise trader: Die subjektiven Erwartungen $\text{noise}x_{t+1}^e$ werden durch einen Fehlerterm gestört, z.B. $\text{noise}x_{t+1}^e = \mathbb{E}_t(x_{t+1}) + \varepsilon_t$ oder

$\text{noise}x_{t+1}^e = \text{fund}x_{t+1}^e + \varepsilon_t$ oder $\text{noise}x_{t+1}^e = \text{chart}x_{t+1}^e + \varepsilon_t$ oder

$\text{noise}x_{t+1}^e = x_t + \varepsilon_t$

Fundamentalisten: Entweder rationale Erwartungen oder adaptive

Anpassung an einen Fundamentalen Wert f_t : $\text{fund}x_{t+1}^e = \mathbb{E}_t(x_{t+1})$ oder

$\text{fund}x_{t+1}^e = x_t + \theta(f_t - x_t)$ usw.

Chartisten (Momentumtrader): Die subjektiven Erwartungen $\text{chart}x_{t+1}^e$

basieren auf der vergangenen Preisentwicklung, z.B.

$\text{chart}x_{t+1}^e = x_t + \alpha(x_t - x_{t-1})$ (kurzfristiger Trend) oder

$\text{chart}x_{t+1}^e = x_t + \alpha(x_t - x_{t-2})$ (langfristiger Trend)

Chartisten und Fundamentalisten (Modell)

	floating	target zone
C	$\hat{s}_C^f = s(t) + \alpha_C s'(t)$	$\hat{s}_C^{TZ} = s(t) + s'_p \cdot \alpha_C p'(t)$
F	$\hat{s}_F^f = s(t) + \alpha_F (\hat{s}_{lr}(t) - s(t))$	$\hat{s}_F^{TZ} = s(t) + s'_p \cdot \alpha_F (\hat{p}_{lr}(t) - p(t))$

Taylor-Entwicklungen vom Grad 1

$s'_p = 1 + \rho A(e^{\rho p(t)} + e^{-\rho p(t)})$ repräsentiert den Honeymoon-Effekt,
($s'_p = 1$ im float.)

$\hat{p}_{lr}(t)$ von den Fundamentalisten erwarteter langfristiger Wechselkurs.

Realisierter Orderflow: $x_S(t) = m(t)x_C(t) + (1 - m(t))x_F(t)$

mit Gewichten: $m(t) = \frac{1}{1 + \delta(\hat{s}_{lr}(t) - s(t))^2}$

in der Nähe des langfristigen Gleichgewichts nur Chartisten

Lösung Floating

$$ds(t) - \frac{(1-m(t))\beta_F\alpha_F}{1-m(t)\beta_C\alpha_C} (\hat{s}_{lr}(t) - s(t))dt = \frac{\sigma_{CA}}{1-m(t)\beta_C\alpha_C} dz$$

$$m(t) \rightarrow 1 : \text{überwiegend Chartisten: } ds(t) = \frac{\sigma_{CA}}{1-\beta_C\alpha_C} dz, \text{ d.h.}$$

Exzessvolatilität

$m(t) = 0$: überwiegend Fundamentalisten:

$ds(t) - \beta_F\alpha_F(\hat{s}_{lr}(t) - s(t))dt = \sigma_{CA}dz(t)$, Mean reversion und Abbau von Misalignments

Lösung Target Zone

System von stochastischen Differentialgleichungen

$$dp(t) - \frac{(1-m(t))\beta_F\alpha_F s'_p}{1-m(t)\beta_C\alpha_C s'_p} (\hat{p}_{lr}(t) - p(t)) dt = \frac{\sigma_{CA}}{1-m(t)\beta_C\alpha_C s'_p} dz(t)$$

$$dp(t) - \frac{1}{s'_p} ds(t) = 0$$

Charakteristische Wurzel: 0 und $r = -\frac{(1-m(t))\beta_F\alpha_F s'_p}{1-m(t)\beta_C\alpha_C s'_p}$

$m(t) = 1$ und $s'_p = 1 + 2\rho A$: überwiegend Chartisten: ähnlich wie im Floating Regime, aber Honeymoon-Effekt

$s'_p \rightarrow 0$: höheres Gewicht von Fundamentalisten und dämpfender Effekt von s'_p

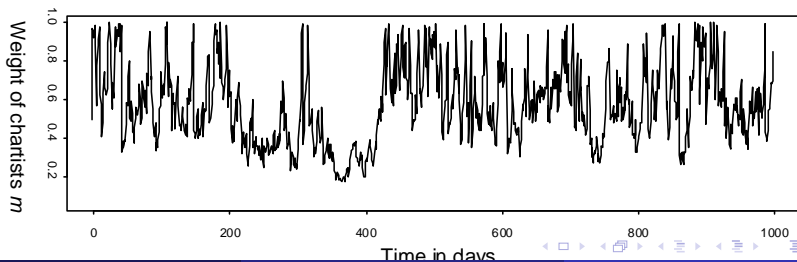
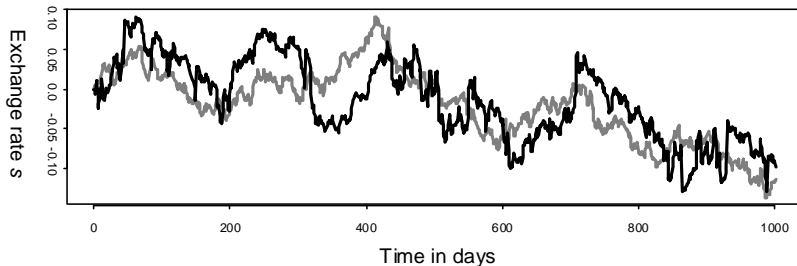
Monte Carlo Simulation

$$\sigma_{CA} = 0.0025, \alpha_C = 0.9, \beta_C = 1, \alpha_F = 0.05, \beta_F = 1, \delta = 680$$

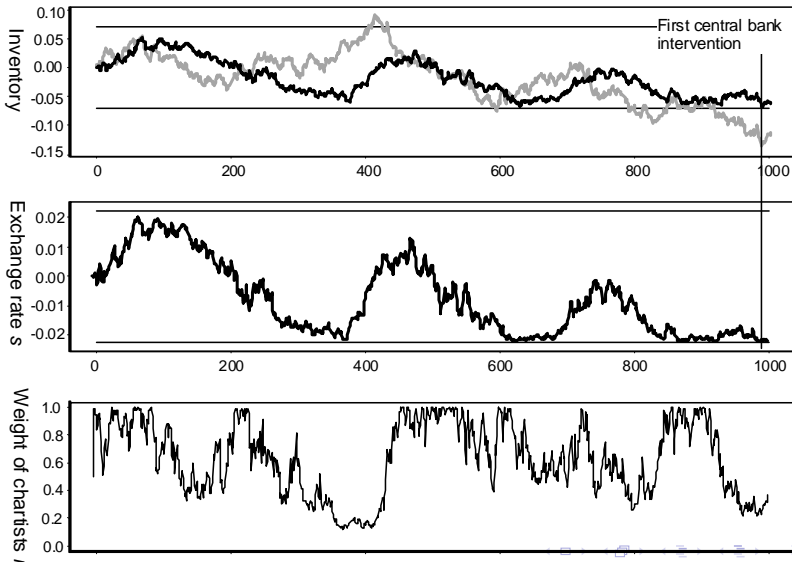
$$\hat{s}_{lr}(t) = a\hat{s}_{lr}(t-1) + \varepsilon_{f,t}, a = 1, \sigma_{fund} = 0.0044$$

$$\bar{s} = 0.0225, \bar{p} = 0.07 \Rightarrow \rho = 17.860 \text{ und } A = -0.014822$$

Monte Carlo Simulation Floating Regime



Monte Carlo Simulation Target Zone



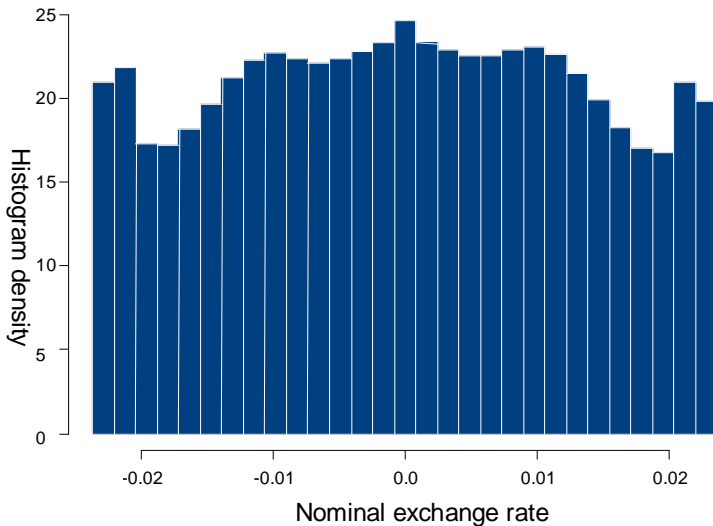


Figure: Distribution of the exchange rate in the target zone regime