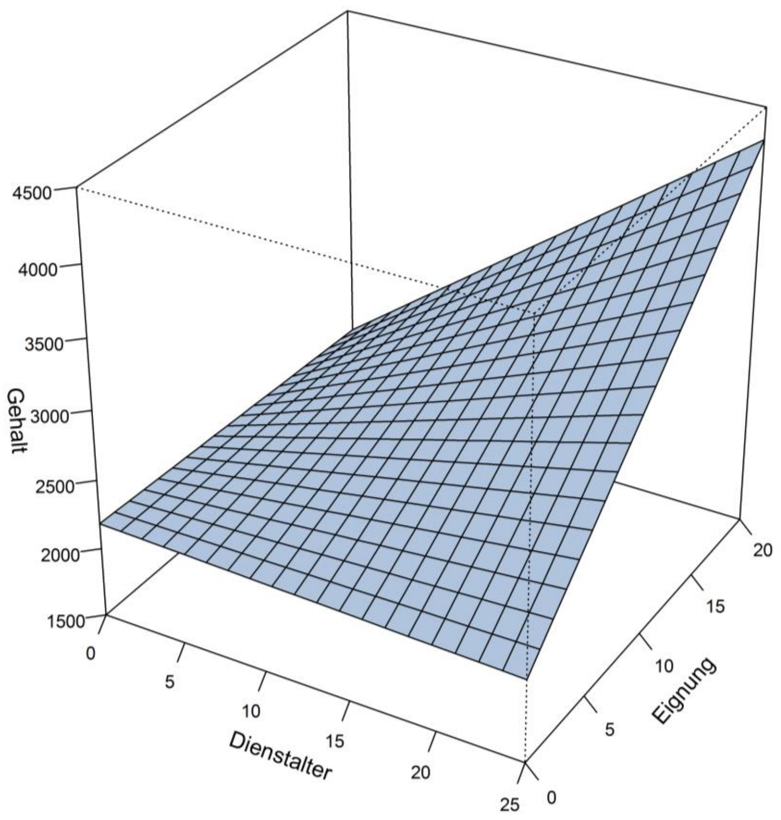
Universität Trier
Zentrum für Informations-, Medien- und Kommunikationstechnologie

Mediator- und Moderatoranalyse mit SPSS und PROCESS

Bernhard Baltes-Götz



2020 (Rev. 201216)

Herausgeber: Zentrum für Informations-, Medien- und Kommunikationstechnologie (ZIMK)
an der Universität Trier
Universitätsring 15
D-54286 Trier
WWW: zimk.uni-trier.de
E-Mail: zimk@uni-trier.de
Tel.: (0651) 201-3417, Fax.: (0651) 3921
Autor: Bernhard Baltes-Götz (E-Mail: baltes@uni-trier.de)

Vorwort

In diesem Kurs wird die Modellierung von Mediator- und Moderatoreffekten im Rahmen der linearen Regression behandelt. Auf der Basis einer statistischen Grundausbildung (zu Begriffen wie *Parameter*, *Konfidenzintervall*, *Signifikanztest*, etc.) und einer gewissen Erfahrung mit der linearen Regressionsanalyse sollten die Erläuterungen nachvollziehbar sein.

Als Software kommen IBM SPSS Statistics 27 für Windows und die Version 3.5 des PROCESS-Makros von Andrew Hayes zum Einsatz. Praktisch alle vorgestellten Verfahren können auch mit anderen SPSS-Versionen unter Windows, MacOS oder Linux realisiert werden. Für einige ergänzende Analysen wird das (nur für Windows verfügbare) Strukturgleichungsanalyseprogramm Amos 27 verwendet. An der Universität Trier können alle genannten Programme kostenlos genutzt werden.[1]

Die aktuelle Version des Manuskripts ist als PDF-Dokument zusammen mit allen im Kurs benutzen Dateien auf dem Webserver der Universität Trier von der Startseite (http://www.uni-trier.de/) ausgehend folgendermaßen zu finden:

IT-Services (ZIMK) > Downloads & Broschüren > Statistik >
Mediator- und Moderatoranalyse mit SPSS und PROCESS

Kritik und Verbesserungsvorschläge zum Manuskript werden dankbar entgegen genommen (z. B. unter der Mail-Adresse baltes@uni-trier.de).

Trier, im Dezember 2020 Bernhard Baltes-Götz

[1] Über die Webseite

http://www.uni-trier.de/index.php?id=25191

stehen SPSS und Amos für Angehörige der Universität Trier zum Herunterladen bereit. Mit dem Download-Ergebnis lassen sich die Programme auf einem Rechner mit permanentem Internetzugang (an der Uni oder im Privatbereich) zur kostenlosen Nutzung der ZIMK-Lizenzserver installieren.

Inhaltsübersicht

1 Mediation

Bei einer Mediationsanalyse geht es um die Frage, *wie* eine unabhängige Variable *X* ihre Wirkung auf eine abhängige Variable *Y* ausübt, welche vermittelnden Prozesse beteiligt sind. Das folgende Modell mit einem Effekt eines Regressors *X* auf ein Kriterium *Y*

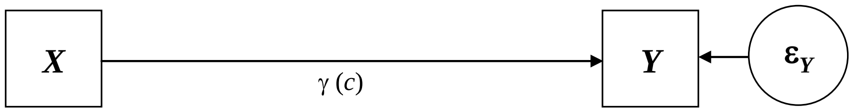


Abbildung 1: Bivariates Regressionsmodell mit dem totalen Effekt von *X* auf *Y* (Populationsparameter γ und Stichprobenschätzer *c*)

stellt eine Aufforderung dar, den **kausalen Prozess** aufzuklären, um ein vertieftes **Verständnis** zu gewinnen und Ansatzpunkte für eine **Intervention** zu finden. Als Beispiel betrachten wir den medizinischen Forschungsbefund, dass mit dem Alter (*X*) der Blutdruck (*Y*) ansteigt (Beispiel gefunden bei Warner 2013, S. 646). Es stellt sich sofort die Frage, *wie* das Alter den Blutdruck steigen lässt. Nicht nur das menschliche Kausalitätsbedürfnis drängt darauf, den Übersetzungsprozess zu verstehen. Das Aufspüren von vermittelnden Variablen erhöht die Chance, den Prozess durch erfolgreiche präventive Maßnahmen zu beeinflussen (Fortsetzung folgt).

Für den Effekt von *X* auf *Y* in einem Modell ohne Mediatoren (siehe Abschnitt 1.1.3.3 über den sogenannten *totalen Effekt*) wird im Manuskript der Parameter γ verwendet. Der Stichprobenschätzer dieses Populationsparameters wird im Manuskript mit *c* bezeichnet.

Die Suche nach Mediatoren ist eine grundlegende wissenschaftliche Aufgabe, die im Forschungsbetrieb auch ernst genommen wird, wie z. B. eine Inhaltsanalyse von Artikeln aus den Jahren 2005 bis 2009 in führenden Journalen der Persönlichkeits- und Sozialpsychologie zeigt (Rucker et al. 2011, S. 359). Weit mehr als 50% der untersuchten Artikel betrachten zumindest einen Mediatoreffekt.

Der Abschnitt 1 des vorliegenden Manuskripts orientiert sich am sehr empfehlenswerten Buch von Andrew Hayes (2018) über Mediation und Moderation.

1.1 Einfache Mediation

1.1.1 Modell

Das einfachste zur Betrachtung eines Mediatoreffekts geeignete Pfadmodell enthält eine exogene Variable *X*, einen Mediator *M*, ein Kriterium *Y* sowie die Residuen in den beiden beteiligten Regressionsgleichungen. Im folgenden Pfaddiagramm sind neben den Pfaden die Namen der Populationsparameter und (eingeklammert) die in der Literatur üblichen Namen der Stichprobenschätzer notiert:

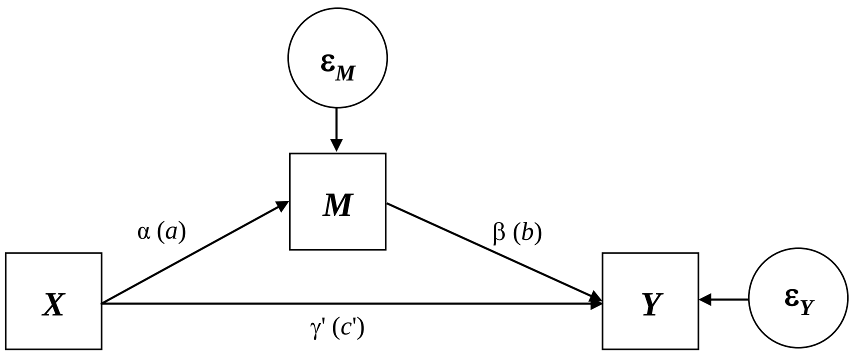


Abbildung 2: Einfaches Mediationsmodell mit Bezeichnungen für die Populationsparameter und die Stichprobenschätzer (eingeklammert) an den Pfaden

Das Pfadmodell enthält die beiden folgenden Regressionsgleichungen:[1]

$$M = i_1 + \alpha X + \varepsilon_M \tag{1}$$

$$Y = i_2 + \gamma' X + \beta M + \varepsilon_Y \tag{2}$$

Im oben vorgestellten medizinischen Beispiel (Effekt des Alters auf den Blutdruck) kommt das Körpergewicht der Probanden als vermittelnde Variable in Betracht. Aufgrund veränderter metabolischer Prozesse sinkt mit zunehmendem Alter der Kalorienverbrauch, sodass bei vielen Menschen wegen einer unveränderten Kalorienzufuhr das Gewicht ansteigt. Vom Köpergewicht ist wiederum ein steigernder Effekt auf den Blutdruck bekannt. Somit drängt sich die Hypothese auf, dass der Effekt des Alters auf den Blutdruck zumindest teilweise durch das Köpergewicht vermittelt wird.

Im Mediationsmodell (bestehend aus den Gleichungen 1 und 2) werden die Residuen ε_M und ε_Y aus den beiden Gleichungen als unkorreliert angenommen (siehe Abschnitt 1.1.2). Daher lassen sich die Parameter durch zwei, für jedes Kriterium (*M* bzw. *Y*) separat durchgeführte, OLS-Regressionsanalysen (*Ordinary Least Squares*) korrekt schätzen, was mit praktisch jeder Statistik-Software möglich ist. Wir werden in diesem Manuskript SPSS zur Schätzung der Parameter verwenden:

- entweder die lineare Regressionsprozedur (Kommando REGRESSION)
- oder das von Andrew Hayes frei zur Verfügung gestellte SPSS-Makro PROCESS, das einige spezielle Signifikanztests zur Mediationsanalyse beherrscht (siehe Abschnitt 1.2).

Im nächsten Abschnitt ist zu erfahren, dass die im Mediationsmodell enthaltene Annahme unkorrelierter Residuen ε_M und ε_Y einen starken Bezug zum Thema *Kausalität* hat.

1.1.2 Kausalität

In einem einfachen Mediationsmodell werden in der Regel **kausale Effekte** von *X* auf *M* sowie von *M* und *X* auf *Y* postuliert. Das methodisch und wisssenschaftsphilosophisch anspruchsvolle Thema der Kausalität kann in diesem Manuskript nicht gründlich behandelt werden (siehe z. B. Hayes 2018, S. 15f; Steyer 1992).

Für eine kausale Interpretation muss sichergestellt sein, dass die behaupteten **Ursachen den Effekten zeitlich vorgeordnet** sind. Bei einer experimentellen Manipulation von *X* steht immerhin außer Frage, dass *X* den beiden anderen Variablen (*M* und *Y*) zeitlich vorgeordnet ist. Wenn keine experimentelle Manipulation von *X* stattfindet, und alle Variablen gleichzeitig beobachtet werden, also keine zeitliche Anordnung gesichert ist, dann sind oft mehrere Kausalsequenzen mit den statistischen Ergebnissen kompatibel (z. B. $X \rightarrow M \rightarrow Y$, $X \rightarrow Y \rightarrow M$, $Y \rightarrow X \rightarrow M$), und theoretische Argumente müssen eine Klärung bringen.

Zum Nachweis kausaler Effekte müssen **statistische Verteilungs- bzw. Modellparameter** notwendige Bedingungen erfüllen. Z. B. muss das Produkt der beiden Regressionskoeffizienten α und β von null verschieden sein, damit ein indirekter Effekt von *X* auf *Y* auf den Weg über *M* behauptet werden kann.

Vor allem muss eine überzeugende **theoretische Begründung** für kausale Wirkungen bestehen.

Sprechen die zeitliche Anordnung, die statistischen Schätz- und Testergebnisse sowie theoretische Argumente für ein kausal interpretierbares Modell, dann müssen noch **Alternativerklärungen ausgeschlossen** werden.

Dies gelingt besonders überzeugend durch experimentelle Manipulation und randomisierte Gruppeneinteilung. Im Mediationsmodell kommt die Experimentaltechnik jedoch nur beim Regressor *X* in Frage (siehe Beispiel in Abschnitt 1.1.4). Damit ist die kausale Interpretierbarkeit im Sinne einer unverzerrten

[1] Die etwas ungewohnte Notation für die Ordinatenabschnitte wird in Anlehnung an Hayes (2018, z. B. S. 82) gewählt.

Parameterschätzung gesichert für den Effekt von X auf M sowie für den totalen Effekt von X auf Y. Weil X aufgrund der Randomisierung von allen anderen Einflüssen auf M bzw. Y unabhängig ist, genügen überzeugende statistische Schätz- und Testergebnisse für die Begründung der kausalen Wirkung.

Beim Effekt von M auf Y muss die Begründung der Kausalität bzw. der Ausschluss von alternativen Erklärungen tauch bei experimenteller und randomisierter Realisation von X auf ...

- theoretischen Argumenten
- und der statistischen Kontrolle von potentiellen Kausalitätskonkurrenten (siehe Abschnitt 1.4).

basieren.

Wird der Effekt von M auf Y verzerrt geschätzt, dann kann es beim *direkten* Effekt von X auf Y (Parameter γ' bzw. c' im Modell der einfachen Mediation) auch bei perfekter Exogenität von X (d.h. X ist unkorreliert mit ε_M und ε_Y) zu einer verzerrten Schätzung kommen. Das passiert z. B., wenn im Mediationsmodell eine Variable Z fehlt, die ...

- einerseits Einfluss auf M ausübt,
- und andererseits einen Effekt auf Y hat, der nicht von M vermittelt wird.

Weil wir perfekte Exogenität von X annehmen, sind X und Z unkorreliert, und Z steckt in ε_M und ε_Y:[1]

$$\varepsilon_M = \kappa_M Z + \delta_M$$
$$\varepsilon_Y = \kappa_Y Z + \delta_Y$$

Die Residuen aus den beiden Gleichungen des Mediationsmodells sind in der angenommenen Situation also korreliert.

Wird die Kausalität im Mediationsmodell zu Recht angenommen, dann gilt für Gleichung 2:

$$r(\varepsilon_Y, X) = r(\varepsilon_Y, M) = 0$$

Außerdem besagt Gleichung 1, dass ε_M eine Linearkombination aus X und M ist:

$$M = i_1 + \alpha X + \varepsilon_M \;\Leftrightarrow\; \varepsilon_M = M - i_1 - \alpha X$$

Damit folgt aus der Kausalität, dass die Residuen ε_Y und ε_M aus den beiden Gleichungen des Mediationsmodells unkorreliert sind. Daher lassen sich die Parameter durch zwei separat durchgeführte Regressionsanalysen korrekt schätzen.

Nach der Überzeugung von Hayes (2018, S. 81) ist bei der Mediationsanalyse eine kausale Interpretation mit Hilfe theoretischer Argumente und statistischer Kontrollen auch dann möglich, wenn man sich *nicht* auf versuchsplanerische Maßnahmen (experimentelle Manipulation, randomisierte Gruppenzugehörigkeit) berufen kann.

[1] An der im Vorwort vereinbarten Stelle finden Sie im Ordner **Mediation** die SPSS-Syntaxdatei **Kausale Effekte in Mediationsmodellen.sps**. Dort wird im Rahmen einer Simulationsstudie die beschriebene Konstellation realisiert und die resultierende Verzerrung bei der Schätzung des direkten Effekts von X auf Y demonstriert.

1.1.3 Direkter, indirekter und totaler Effekt von *X* auf *Y*

1.1.3.1 Direkter Effekt von X auf Y

In Gleichung (2) steht γ' für den **direkten Effekt von *X* auf *Y***, d.h. für die erwartete *Y*-Veränderung bei der folgenden Regressorenkonstellation:

- Der Wert von *X* wird um eine Einheit erhöht.
  In einem realen empirischen System ist diese Veränderung eventuell durch den Wechsel zu einem Fall mit höherer *X*-Ausprägung zu realisieren. Wenn *X* z. B. für das Geschlecht der Beobachtungseinheiten steht, bedeutet die Erhöhung von *X* um eine Einheit den Wechsel von einer Frau (*X*-Wert 1) zu einem Mann (*X*-Wert 2).
- Der Wert vom *M* bleibt gleich.
  Weil *M* gemäß Gleichung (1) auf die *X*-Wertsteigerung im Mittel mit einer Veränderung um α Einheiten reagiert, muss bei zwei Fällen mit einem *X*-Wertunterschied von 1 ein kompensierender ε_M -Wertunterschied vorliegen, damit derselbe *M*-Wert vorliegt. Der direkte Effekt zeigt, welche *Y*-Änderung eine *X*-Steigerung um eine Einheit bewirkt, wenn der kausale Fluss über *M* durch einen kompensierenden Einfluss auf *M* neutralisiert wird.

1.1.3.2 Indirekter Effekt von X auf Y über M

In Gleichung (1) steht der Parameter α für die erwartete *M*-Veränderung bei einer *X*-Wertsteigerung um eine Einheit.

In Gleichung (2) steht der Parameter β für den Effekt von *M* auf *Y* (vgl. Abschnitt 1.1.3.1) bei Kontrolle von *X*, also für die erwartete *Y*-Veränderung bei der folgenden Regressorenkonstellation:

- Der Wert vom *X* bleibt gleich.
- Der Wert von *M* wird um eine Einheit gesteigert.
  Weil kein kausaler Einfluss von *X* stattfindet, muss die *M*-Wertsteigerung auf ε_M zurückgehen.

Der **indirekte Effekt von *X* auf *Y* via *M*** ist definiert durch das Produkt αβ. Es quantifiziert die *Y*-Veränderung, die erwartungsgemäß durch eine *X*-Steigerung um eine Einheit auf dem Kausalpfad *via M* bewirkt wird.

1.1.3.3 Totaler Effekt von X auf Y

Der **totale Effekt γ von *X* auf *Y*** ist definiert durch die Summe aus dem direkten und dem indirekten Effekt:

$$\gamma = \gamma' + \alpha\beta \qquad (3)$$

Für den Stichprobenschätzer zum totalen Effekt wird in der Literatur häufig das Symbol *c* verwendet:

$$c = c' + ab \qquad (4)$$

Im betrachteten Modell der einfachen Mediation mit zwei *linearen* Regressionsgleichungen (siehe Gleichungen (1) und (2)) ist der totale Effekt identisch mit dem Steigungsparameter in der bivariaten Regression von *Y* auf *X*:

$$\hat{Y} = i_3 + \gamma X \qquad (5)$$

In diesem Fall kann man von einer **Zerlegung** des totalen Effekts in den direkten und den indirekten Effekt sprechen.[1]

[1] Sind bei einer Mediation *nichtlineare* Partialmodelle beteiligt (z. B. logistische Regressionsgleichungen), dann lässt sich der totale Effekt *nicht* so einfach additiv in den direkten und den indirekten Effekt zerlegen.

Hayes (2018, z. B. S. 80, 117) argumentiert strikt gegen die traditionelle, nicht zuletzt durch einen Artikel von Baron & Kenny (1986) verbreitete Auffassung, dass sich die Frage, *wie X* auf *Y* wirkt, erst dann stelle, wenn ein von null verschiedener **totaler Effekt** von *X* auf *Y* in einer **bivariaten Analyse** nachgewiesen worden ist (siehe Abschnitt 1.1.5). Unterstützung für seine Auffassung findet Hayes bei Bollen (1989), der in seinem weithin bekannten Buch *Structural Equations with Latent Variables* auf Seite 52 markant Stellung bezieht:

> The old saying that correlation does not prove causation should be complemented by the saying that a *lack of correlation does not disprove causation*. ... Correlation is neither a necessary nor a sufficient condition of causality.

Es ist möglich, dass der direkte und der indirekte Effekt von *X* auf *Y* unterschiedliche Vorzeichen besitzen und sich gegenseitig aufheben. Das passiert unter realistischen Umständen bei einer **Vulnerabilitäts-Kompensation** wie im folgenden Beispiel:

- Das Kriterium *Y* quantifiziert eine Schadensbilanz (z. B. Schäden durch Waldbrand in den als Fälle fungierenden Regionen).
- Der Regressor *X* (z. B. Waldbrandrisiko einer Region) erhöht bei zunehmender Ausprägung die Schadensbilanz im Kriterium *Y*.
- Der Regressor steigert gleichzeitig die Ausprägung eines kompensatorisch wirkenden Mediators *M* (z. B. Waldbrandprävention in einer Region).

Im folgenden extremen Beispiel heben sich der direkte Effekt von *X* auf *Y* und der durch *M* vermittelte indirekte Effekt von *X* auf *Y* gegenseitig auf:

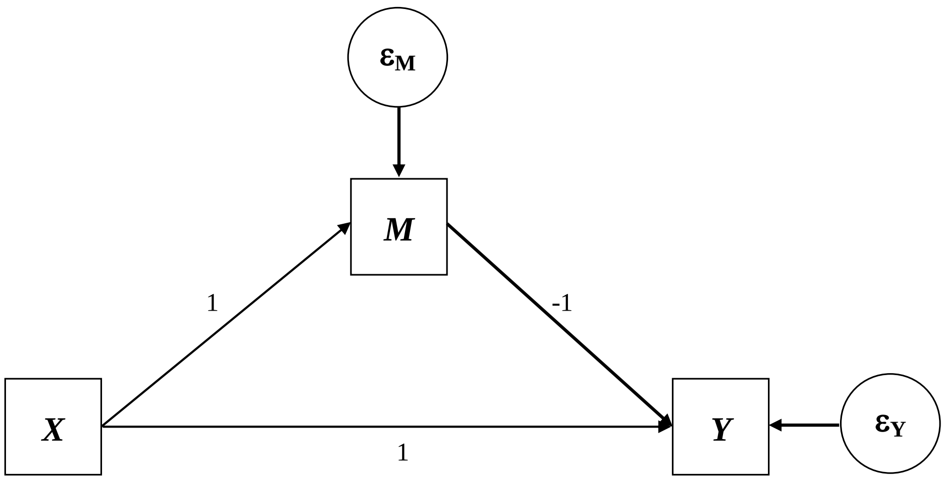


Abbildung 3 Mediationsmodell mit Vulnerabilitäts-Kompensation (direkter und indirekter Effekt mit unterschiedlichen Vorzeichen)

Auch andere Autoren haben sich mittlerweile der Auffassung angeschlossen, dass ein signifikanter totaler Effekt *keine* Voraussetzung für eine Mediatoranalyse ist (siehe z. B. Warner 2013, S. 651).

1.1.4 Beispiel: Vermutete Medienwirkung als Mediator

1.1.4.1 Modell und Daten

Nachdem wir uns schon bei der statistischen Theorie zum Modell der einfachen Mediation an Hayes (2018) orientiert haben, soll auch ein Beispiel aus seinem Buch übernommen werden (S. 86 ff). Bei einem in Israel mit 123 Studierenden durchgeführten Experiment (Tal-Or et al. 2010) haben alle Probanden einen Zeitungsartikel über eine zu erwartende Zuckerverknappung gelesen. Zwei zufällig gebildete Gruppen erhielten unterschiedliche Informationen über den Erscheinungsort des Artikels:

- Auf der ersten Seite einer überregionalen Zeitung
- Im Mittelteil dieser Zeitung

Bei allen Personen wurden zwei metrische Merkmalsausprägungen ermittelt:

- Vermutung über den medialen Einfluss des Artikels auf die Öffentlichkeit
- Absicht zum spontanen Hamstern von Zucker

Auf der Webseite[1] zu seinem Buch stellt Andrew Hayes (2018) die Daten zum Beispiel in der SPSS-Datendatei **pmi.sav** mit den folgenden Variablen zur Verfügung:[2]

- COND
  Diese Variable enthält die experimentell manipulierte Bedingung mit folgendermaßen kodierten Instruktionen:
  1 Artikel erscheint auf der Titelseite der Zeitung
  0 Artikel erscheint im Mittelteil der Zeitung
- PMI (*Presumed Media Influence*)
  Die Probanden wurden nach ihrer Meinung dazu befragt, in welchem Ausmaß die Leser auf den Artikel mit dem Kauf von Zucker reagieren würden.
- REACTION
  Die Probanden wurden danach befragt, in welcher Geschwindigkeit und Menge sie den Kauf von Zucker planen. Die Angaben wurden zu einem Index verrechnet.

Die Autoren vermuten, dass die experimentelle Manipulation einen Effekt auf die Absicht zur Beschaffung von Zucker hat. Von den Probanden in der Titelseiten-Gruppe wird ein größerer Kaufimpuls erwartet als von den Probanden, die über eine Veröffentlichung des Artikels im Mittelteil der Zeitung informiert wurden.

Allerdings beschränken sich die Autoren nicht auf die Behauptung bzw. Beobachtung, *dass* ein Effekt stattfindet, sondern sie widmen sich auch der Frage, *wie* dieser Effekt zustande kommt. Dabei spielt die von den Probanden vermutete massenmediale Wirkung des Artikels (Variable PMI) eine wichtige Rolle:

- Die Titelseiten-Instruktion führt zu einer höheren vermuteten Wirkung des Artikels auf die Öffentlichkeit (zu einem höheren PMI-Wert) als die Mittelteil-Instruktion. COND hat also einen Effekt auf PMI.
- Je stärker der vermutete Einfluss des Artikels auf die Öffentlichkeit (der potentiellen Zuckerkonsumenten), desto höher sollte die eigene Motivation der Probanden ausfallen, Zucker in ausreichender Menge und Geschwindigkeit zu beschaffen. Für den Mediator PMI wird ein Effekt auf das Kriterium REACTION angenommen.

Insgesamt wird also eine einfache Mediation im Sinne des zu Beginn von Abschnitt 1.1 beschriebenen Pfadmodells unterstellt mit PMI in der Rolle der *M*-Variablen.

[1] http://www.afhayes.com/introduction-to-mediation-moderation-and-conditional-process-analysis.html
[2] SPSS-Variablennamen werden im Manuskript aus typographischen Gründen groß geschrieben.

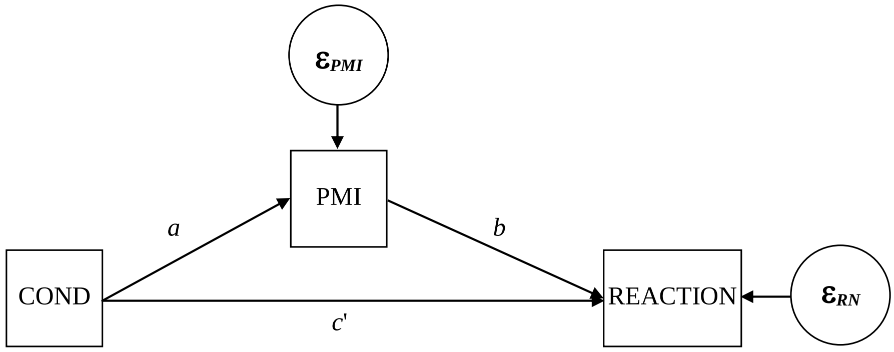


Abbildung 4: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Modellstruktur mit der vermuteten Medienwirkung als Mediator

Um die Koeffizienten des Pfadmodells zu schätzen und zu testen, führen wir mit SPSS zwei lineare Regressionsanalysen durch:

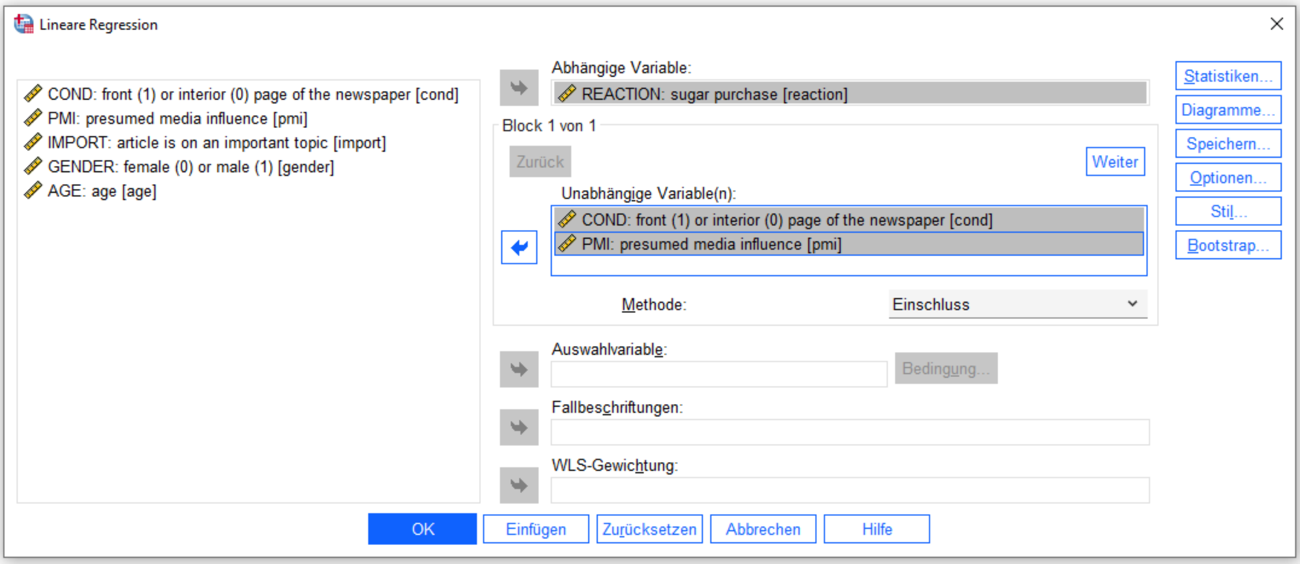
- Regression von PMI auf COND
- Regression von REACTION auf PMI und COND

1.1.4.2 Anforderung einer OLS-Regression in SPSS

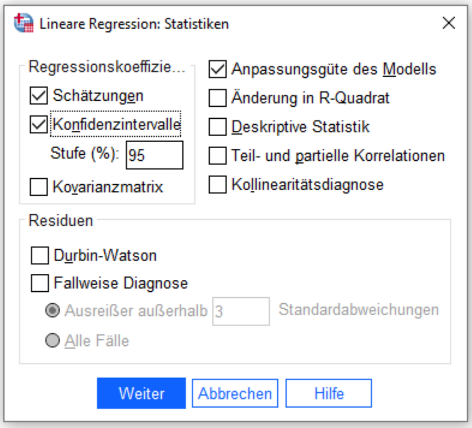
Exemplarisch soll die Anforderung der Regression von REACTION auf PMI und COND beschrieben werden. Wir starten mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > Linear

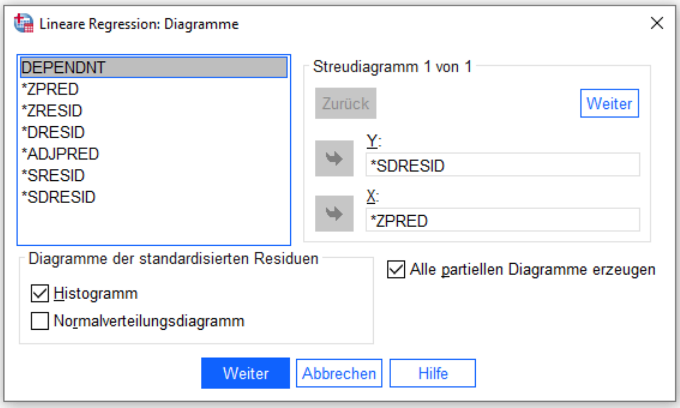
und wählen im folgenden Dialog die beteiligten Variablen aus:



Nach einem Klick auf den Schalter **Statistiken** fordern wir über den voreingestellten Ausgabeumfang hinausgehend auch **Konfidenzintervalle** zu den Regressionskoeffizienten an:



Zur Beurteilung der Voraussetzungen der Regressionsanalyse (Linearität, varianzhomogen normalverteilte Residuen; siehe z. B. Baltes-Götz 2019) öffnen wir den **Diagramme**-Subdialog,



und fordern dort an:

- **Histogramm der standardisierten Residuen**
  Damit lässt sich die Normalität der Residuen beurteilen.
- **Streudiagramm**
  Mit einem Streudiagramm der ausgelassen-studentisierten Residuen (SPSS-interner Variablenname: SDRESID) gegen die standardisierte Modellprognose (SPSS-interner Variablenname: ZPRED) lassen sich die Linearität und die Varianzhomogenität beurteilen.

Mit dem folgenden Kommando kann man die beschriebene Regressionsanalyse anfordern und dabei die Ausgabe noch leicht verbessern:

```
REGRESSION
  /STATISTICS COEFF OUTS CI(95) R ANOVA
  /DEPENDENT reaction
  /METHOD=ENTER cond pmi
  /PARTIALPLOT ALL
  /SCATTERPLOT=(*SDRESID ,*ZPRED)
  /RESIDUALS HISTOGRAM(SDRESID).
```

Im **RESIDUALS**-Subkommando wird über den internen Variablennamen SDRESID ein Histogramm der ausgelassen-studentisierten Residuen angefordert, während per Dialogbox nur ein Histogramm der theoretisch weniger günstigen (allerdings in der Praxis meist äquivalenten) standardisierten Residuen zu haben ist (siehe z. B. Baltes-Götz 2019).

1.1.4.3 Ergebnisse

Bei der Ergebnispräsentation verzichten wir vorläufig auf eine Diskussion der modelldiagnostischen Ausgaben, um nicht vom Thema der Mediationsanalyse abgelenkt zu werden.

1.1.4.3.1 Regression des Mediators auf den Regressor

In der Regression von PMI auf COND zeigt sich ein Regressionsgewicht von 0,477, das bei zweiseitiger Testung eine Überschreitungswahrscheinlichkeit (einen *p*-Wert) von 0,045 erreicht:[1]

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	5,377	,162		33,222	,000	5,057	5,697
	COND: front (1) or interior (0) page of the newspaper	,477	,236	,181	2,022	,045	,010	,943

a. Abhängige Variable: PMI: presumed media influence

Bezogen auf das Pfadmodell der einfachen Mediation (siehe z. B. Abbildung 2) wird hier der Koeffizient α geschätzt. Weil sich im dichotomen Regressor COND die beiden Gruppen um den Wert 1 unterscheiden, steht α für den Unterschied zwischen den PMI-Mittelwerten der beiden Gruppen.

Den Anteil aufgeklärter Kriteriumsvarianz schätzt das korrigierte R^2 auf 2,5%:

Modellzusammenfassung[b]

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,181[a]	,033	,025	1,30485

a. Einflußvariablen : (Konstante), COND: front (1) or interior (0) page of the newspaper

b. Abhängige Variable: PMI: presumed media influence

1.1.4.3.2 Regression des Kriteriums auf den Regressor und den Mediator

In der Regression von REACTION auf COND und PMI erhalten wir einen signifikanten PMI-Effekt von 0,506 (zweiseitiger *p*-Wert < 0,001) und einen insignifikanten direkten COND-Effekt von 0,254 (zweiseitiger *p*-Wert 0,322):

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	,527	,550		,958	,340	-,561	1,615
	COND: front (1) or interior (0) page of the newspaper	,254	,256	,082	,994	,322	-,252	,761
	PMI: presumed media influence	,506	,097	,432	5,219	,000	,314	,699

a. Abhängige Variable: REACTION: sugar purchase

Bezogen auf das Pfadmodell der einfachen Mediation (siehe Abbildung 2) werden hier die Koeffizienten β und γ' geschätzt.

---

[1] Weil eine gerichtete Hypothese vorliegt (positiver Effekt von COND auf PMI) ist ein *einseitiger* Signifikanztest angemessen. Sein *p*-Wert ergibt sich aus dem von SPSS mitgeteilten zweiseitigen *p*-Wert durch Halbieren (siehe Baltes-Götz 2019). Hayes (2018) verzichtet generell auf einseitige Signifikanztests.

Für den Anteil aufgeklärter Kriteriumsvarianz liefert das korrigierte R^2 die Schätzung 0,193:

Modellzusammenfassung[b]

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,454[a]	,206	,193	1,39297

a. Einflußvariablen : (Konstante), PMI: presumed media influence, COND: front (1) or interior (0) page of the newspaper

b. Abhängige Variable: REACTION: sugar purchase

Anschließend ist das Pfaddiagramm zum Beispiel mit den geschätzten Regressionskoeffizienten und den zweiseitigen Überschreitungswahrscheinlichkeiten (in Klammern) zu sehen:

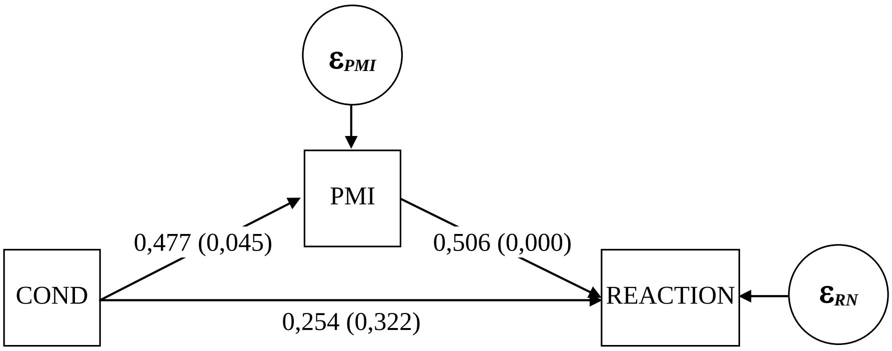


Abbildung 5: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Geschätztes Modell mit der vermuteten Medienwirkung als Mediator

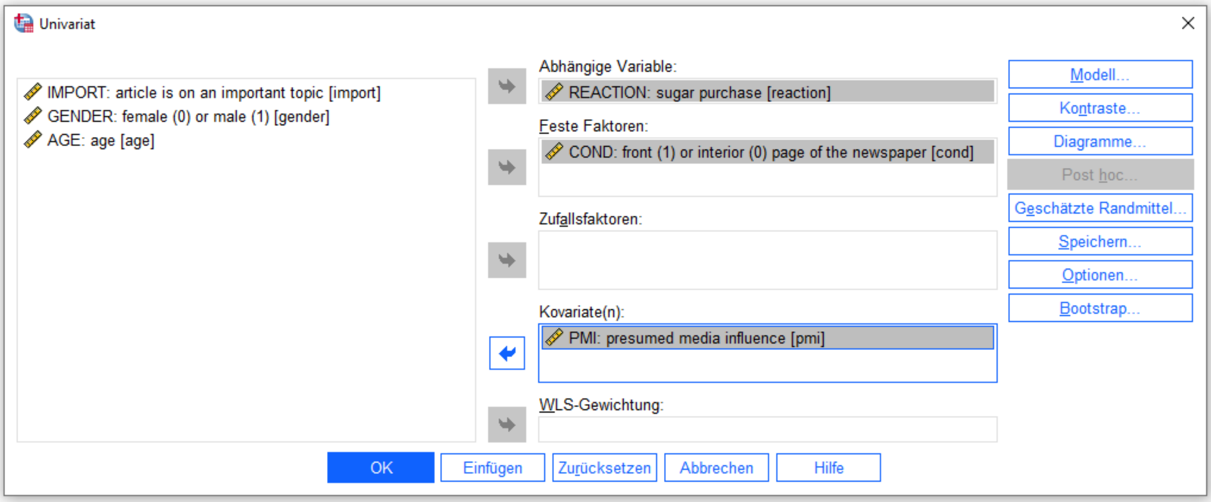
Für den durch PMI vermittelten *indirekten* Effekt von COND auf REACTION erhalten wir die Schätzung:

$$ab = 0{,}477 \cdot 0{,}505 = 0{,}241$$

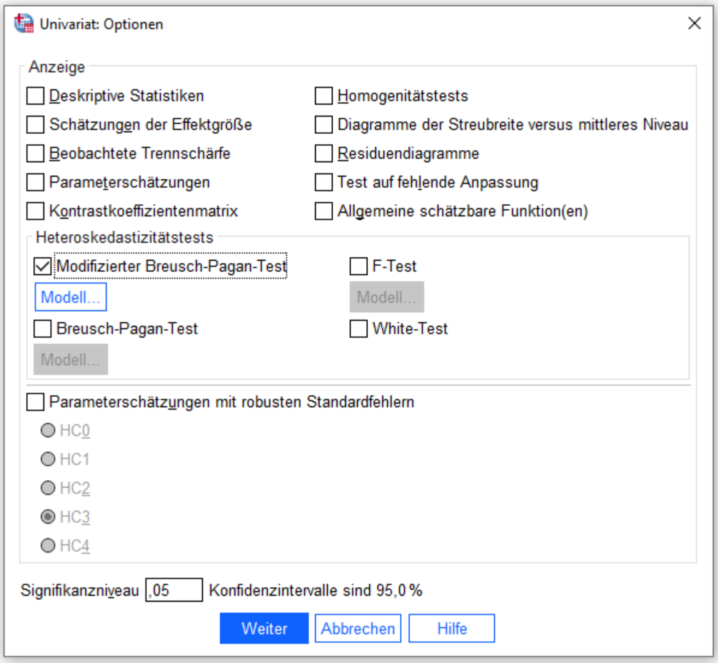
Zur Beurteilung der Varianzhomogenität der Residuen aus der Regression von REACTION auf COND und PMI führen wir den Test von **Breusch und Pagan** durch, den SPSS 27 in der Prozedur UNIANOVA anbietet, die auf Varianzanalysen (lineare Modelle mit Beteiligung von kategorialen Regressoren) spezialisiert ist, aber metrische Regressoren analysieren kann. Nach dem Menübefehl

Analysieren > Allgemeines lineares Modell > Univariat

deklarieren wir im folgenden Dialog unser Modell:



Nach einem Mausklick auf den Schalter **Optionen**



fordern wir den **modifizierten Breusch-Pagan-Test** an.

Die Nullhypothese varianzhomogener Residuen wird für unser Modell deutlich verworfen:

Modifizierter Breusch-Pagan-Test auf Heteroskedastizität[a,b,c]

Chi-Quadrat	df	Sig.
8,282	1	,004

a. Abhängige Variable: REACTION: sugar purchase

b. Testet die Nullhypothese, dass die Varianz der Fehler nicht von den Werte der unabhängigen Variablen abhängt.

c. Vorhergesagte Werte aus Design: Konstanter Term + pmi + cond

Fordert man im **Diagramme**-Subdialog der Regressionsprozedur ein Streudiagramm mit den ausgelassen-studentisierten Residuen gegen die standardisierten Modellprognosen an (siehe Abschnitt 1.1.4.2), dann zeigt sich ein deutlicher Anstieg der Residualvarianz mit dem Prognosewert:

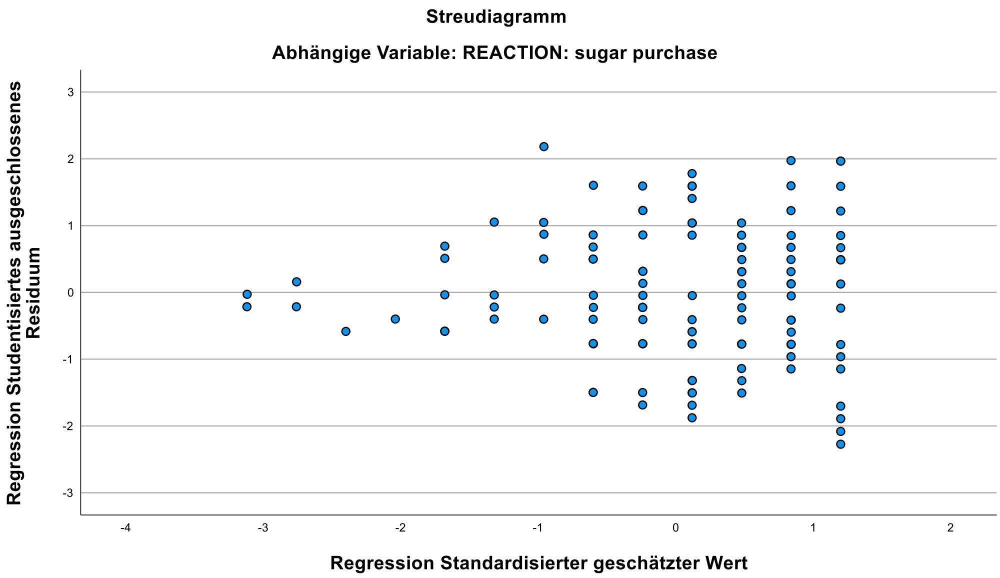


Abbildung 6: Heteroskedastische Residuen in der Regression von Hamsterverhalten auf Artikelplatzierung und vermutete Medienwirkung

In einer solchen Situation sollten bei der Inferenzstatistik (also bei Signifikanztests und Vertrauensintervallen) Heteroskedastizitäts-konsistente Standardfehler verwendet werden (siehe z. B. Baltes-Götz 2019). Zum Glück bieten sowohl die SPSS-Prozedur UNIANOVA wie auch das von Andrew Hayes erstellte SPSS-Makro PROCESS, das wir letztlich zum Schätzen von Mediationsmodellen verwenden, robuste Standardfehler an (siehe Abschnitt 1.2.2).

1.1.4.3.3 Totaler Effekt des Regressors auf das Kriterium

Der geschätzte totale Effekt von COND auf REACTION berechnet sich zu:

$$c'+ab = 0{,}254 + 0{,}477 \cdot 0{,}505 = 0{,}254 + 0{,}241 = 0{,}495$$

Statt den Taschenrechner zu bemühen, kann man auch die einfache Regression von REACTION auf COND anfordern, um den geschätzten totalen Effekt zu ermitteln. Bis auf Rundungsfehler erhalten wir dasselbe Ergebnis:

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Std.-Fehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	3,250	,191		17,052	,000	2,873	3,627
	COND: front (1) or interior (0) page of the newspaper	,496	,278	,160	1,786	,077	-,054	1,045

a. Abhängige Variable: REACTION: sugar purchase

Vom *zweiseitigen* Signifikanztest wird die Nullhypothese knapp beibehalten, wovon sich Hayes (2018, S. 93f) der üblichen Praxis folgend überzeugen lässt.

> As can be seen, the total effect is c = 0.496 but just misses statistical significance using an α = 0.05 decision criterion, t(121) = 1.786, p = 0.077.

Hayes kommt der bei zweiseitiger Testung nicht-signifikante totale Effekt argumentativ gelegen als Beispiel gegen die populäre Signifikanzteststrategie für Mediationshypothesen nach Baron & Kenny (1986, siehe Abschnitt 1.1.5). Nach der von diesen Autoren vorgeschlagenen Schrittfolge hat bei einer insignifikanten Beurteilung des totalen Effekts (durch eine einfache Regression von Y auf X) die Suche nach einem Mediator zu unterbleiben. Hayes geht hingegen davon aus, dass im Beispiel die vermutete Medienwirkung als Mediator für den Effekt der experimentellen Bedingung auf die Zuckerbeschaffung agiert, obwohl der totale Effekt des Regressors „nicht signifikant“ ist.

Allerdings lag eine gerichtete Hypothese vor, und der totale Effekt fällt in der erwarteten Richtung aus. Folglich ist ein *einseitiger* Test angemessen, und der dementsprechend halbierte *p*-Wert ist so klein (0,0385 < 0,05), dass die Nullhypothese bei einem Test zum 5% - Niveau verworfen wird. Folglich spricht das Beispiel weder gegen noch für die gleich zu beschreibende (und vor allem zu kritisierende) Signifikanzteststrategie für Mediationshypothesen nach Baron & Kenny (1986).

1.1.5 Mediatoranalyse nach Baron & Kenny

Ausgangspunkt für einige traditionelle, nunmehr weitgehend überwundene Auffassungen zur Mediationsanalyse war ein einflussreicher Artikel von Baron & Kenny (1986), in dem für die einfache Mediation folgende Analyseschritte und Entscheidungsregeln vorgeschlagen werden (siehe z. B. Seite 1177):

1. Führe eine einfache Regression von *Y* auf *X* durch (gemäß Modell in Gleichung (5)), um für den Koeffizienten γ die Schätzung *c* und einen Signifikanztest zu erhalten. Ist *c* nicht signifikant von 0 verschieden, kann kein totaler Effekt von *X* auf *Y* nachgewiesen werden, der potentiell durch die Variable *M* vermittelt werden könnte, und die Mediationsanalyse ist beendet.
2. Führe nach einem signifikanten Testergebnis für *c* eine einfache Regression von *M* auf *X* durch (gemäß Modell in Gleichung (1)), um für den Koeffizienten α die Schätzung *a* und einen Signifikanztest zu erhalten. Ist *a* nicht signifikant von 0 verschieden, kann *M* kein Mediator für den Effekt von *X* auf *Y* sein, und die Mediationsanalyse ist beendet.
3. Führe nach signifikanten Testergebnissen für *c* und *a* eine multiple Regression von *Y* auf *M* und *X* durch (gemäß Modell in Gleichung (2)), um für die Koeffizienten β und γ' die Schätzungen *b* und *c*' sowie Signifikanztests zu erhalten. Ist *b* nicht signifikant von 0 verschieden, kann *M* nicht als Mediator für den Effekt von *X* auf *Y* gelten, und die Mediationsanalyse ist beendet.
4. Wenn das bisherige Verfahren *nicht* wegen einer fehlenden Signifikanz gestoppt werden musste, sind *c*, *a* und *b* signifikant von 0 verschieden. Es liegt eine Mediation vor, über deren *Typ* in Abhängigkeit vom direkten *X*-Effekt *c*' in der Regression von *Y* auf *M* und *X* entschieden wird:
   - Ist *c*' *nicht* signifikant von 0 verschieden, dann liegt eine *vollständige Mediation* vor.
   - Ist *c*' signifikant, aber $|c'| < |c|$, dann liegt eine *partielle Mediation* vor.

In der modernen Methodenliteratur wird der beschriebene *Ansatz der kausalen Schritte* (*causal steps approach*) nach Baron & Kenny (1986) überwiegend kritisch beurteilt. Dass ein signifikanter totaler Effekt *keine* notwendige Voraussetzung für eine Mediatoranalyse ist, wurde schon in Abschnitt 1.1.3.3 begründet. Die bivariate Regression von *Y* auf *X* zu betrachten, ist trotzdem sinnvoll, weil z. B. der Vergleich des totalen Effekts mit dem direkten Effekt im Rahmen einer Prozessanalyse von Interesse ist.

Hayes (2018, S. 115f) wendet sich außerdem strikt dagegen, die Mediations-Nullhypothese über das Produkt $\alpha\beta$

$$H_0: \alpha\beta = 0$$

durch Einzeltests zu den beiden Faktoren α und β zu prüfen. Er betrachtet den indirekten Effekt von *X* auf *Y* auf dem Weg über *M* als ein eigenständig existierendes Ganzes, nicht als einen „abgeleiteten Begriff“ (2018, S. 116):

> The indirect effect is not estimated as *a* and *b*. It is estimated as the *product* of *a* and *b*.

Hayes plädiert strikt dafür, über die Mediationshypothese in *einem* Signifikanztest zu entscheiden, und argumentiert, das Eintestverfahren habe ein geringeres Fehlerrisiko als die von Baron & Kenny (1986) vorgeschlagene Serie von Signifikanztests (2018, S. 116):

> It is better to minimize the number of inferential procedures one must employ in order to support a claim. A single inferential test of the indirect effect is all that is needed.

Im Abschnitt 1.1.6 werden Eintestverfahren zur Beurteilung der Mediationshypothese vorgestellt, und in Abschnitt 1.1.7 betrachten wir die Power verschiedener Teststrategien.

1.1.6 Signifikanztests und Vertrauensintervalle für den indirekten Effekt

Aktuell dominiert in der Methodenliteratur (siehe z. B. Hayes 2018; Warner 2013) die Auffassung, dass der indirekte Effekt von *X* auf *Y* auf dem Pfad über *M* inferenzstatistisch als „untrennbares Produkt“ αβ behandelt werden muss.

Für die inferenzstatistische Beurteilung des Produkts wird verlangt:

- Für die von *X* auf dem Pfad über *M* bei *Y* erzielte Wirkung ist neben der Punktschätzung *ab* auch eine Intervallschätzung vorzunehmen, also ein Vertrauensintervall zu berechnen.
- Der Signifikanztest zur Mediator-Hypothese muss auf einer Verteilung der Stichprobenschätzung *ab* basieren.

1.1.6.1 Signifikanztest vom Sobel-Typ

Die auf eine Arbeit von Sobel (1982) zurückgehenden Versuche, den Standardfehler zur Stichprobenschätzung *ab* des indirekten Effekts (also zum *Produkt* von zwei Zufallsvariablen) aus den Standardfehlern der Faktoren *a* und *b* zu berechnen und darauf einen Signifikanztest mit normalverteilter Prüfgröße zu begründen, werden mittlerweile skeptisch beurteilt. Nach Hayes (2018, S. 97) bestehen zwei gravierende Probleme:

- Die Annahme, das Produkt *ab* habe eine normale Stichprobenverteilung, ist *nicht* gerechtfertigt, so dass die berechneten Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Tests **fehlerhaft** sind. Von diesem Argument ist sowohl der ursprüngliche Sobel-Test betroffen als auch die Varianten mit einer verbesserten Berechnung des Standardfehlers.
- Simulationsstudien zeigen, dass Signifikanztests vom Sobel-Typ eine **schlechte Power** besitzen, und die zugehörigen Vertrauensintervalle eine geringe Präzision, also eine zu große Breite, aufweisen (siehe Abschnitt 1.1.7.1).

Wer trotz aller Bedenken einen Sobel-Test durchführen möchte, kann dazu das von Andrew Hayes erstellte SPSS-Makro PROCESS verwenden, auf das wir bei Mediator- und Moderatoranalysen oft zurückgreifen werden (vgl. Abschnitt 1.2). PROCESS verwendet zur Berechnung des Standardfehlers zum Produkt *ab* die folgende, im Vergleich zum Original von Sobel (1982) leicht verbesserte Formel:

$$\hat{\sigma}_{ab} = \sqrt{a^2\hat{\sigma}_b^2 + b^2\hat{\sigma}_a^2 + \hat{\sigma}_a^2\hat{\sigma}_b^2}$$

Darin sind:

$\hat{\sigma}_{ab}$	Geschätzter Standardfehler zu *ab*
$\hat{\sigma}_a$	Geschätzter Standardfehler zu *a* (Effekt von *X* in der Regression von *M* auf *X*)
$\hat{\sigma}_b$	Geschätzter Standardfehler zu *b* (Effekt von *M* in der Regression von *Y* auf *X* und *M*)

1.1.6.2 Signifikanztest und Vertrauensintervall per Bootstrapping

In der amerikanischen Variante einer bekannten Münchhausen-Geschichte schafft es der Held, sich an den eigenen Stiefelriemen aus dem Sumpf zu ziehen, und dieser „Trick“ liefert den Namen für eine prominente (und durchaus seriöse) statistische Schätz- und Testmethodologie, die erstmals von Efron (1982) ausformuliert worden ist.

Man behandelt die (Primär-)Stichprobe als *Population*, ermittelt durch Ziehen *mit Zurücklegen* zahlreiche Sekundärstichproben (mindestens 1.000) mit derselben Größe wie die Original- bzw. Primärstichprobe, wobei in der Regel in einer Sekundärstichprobe etliche Fälle *mehrfach* vertreten sind. Aus jeder Sekundärstichprobe wird mit den üblichen Methoden ein Schätzer für die interessierende Größe gewonnen, so dass man eine empirische Stichprobenverteilung erhält. Diese ersetzt die theoretische Stichprobenverteilung, die z. B. auf der Normalverteilungsannahme basiert. Aus der empirischen Stichprobenverteilung lassen sich Vertrauensintervalle und Testentscheidungen konstruieren, die nicht von der Normalverteilungsannahme abhängen.

Lange war die benötigte Rechenleistung ein Hindernis für die Weiterentwicklung und Anwendung der Bootstrap-Technologie, doch mittlerweile suchen die CPU-Hersteller nach relevanten Anwendungen für ihre Gigahertz- und Multicore-Boliden.

In den folgenden Situationen ist die sehr generell einsetzbare Ermittlung von Vertrauensintervallen zu Parameterschätzungen durch Bootstrap-Methoden von Interesse:

- Für manche Stichprobenkennwerte ist die mathematische Herleitung der Stichprobenkennwerteverteilung und damit die Berechnung des Vertrauensintervalls sehr aufwändig. Beim Produkt *ab* aus der Mediationsanalyse liegt genau ein solcher Fall vor. Per Bootstrap-Technik ersetzt man die theoretische Stichprobenkennwerteverteilung durch die oben beschriebene empirische Variante.
- Oft ist für einen Stichprobenkennwert zwar die Verteilung bei gültigen Voraussetzungen leicht zu ermitteln. Es ist aber eine grobe Verletzung der Voraussetzungen zu befürchten, die zu einer fehlerhaften Inferenzstatistik führen kann. Mit Hilfe der Bootstrap-Technik erhält man dann realistischere Ergebnisse.

Im Fall der Mediatoranalyse ermittelt man aus jeder Sekundärstichprobe einen Schätzwert *ab* für den indirekten Effekt und gewinnt so durch mindestens 1000-fache Wiederholung eine empirische Stichprobenkennwerteverteilung für den indirekten Effekt, aus der sich ein Vertrauensintervall ermitteln lässt, wobei in der Regel das *zweiseitige* Vertrauensintervall betrachtet wird.

Statt das 95% - Vertrauensintervall schlicht durch das 2,5 - und das 97,5 - Perzentil der empirischen Stichprobenkennwerteverteilung zu bestimmen, kann man auch ein aufwendigeres Verfahren mit Bias-Korrektur verwenden. Nach Hayes (2018, S. 107) wird in der Mediationsanalyse zur Berechnung des Vertrauensintervalls für den indirekten Effekt von den beiden in Frage kommenden Verfahren (Perzentil-Methode, Verfahren mit Bias-Korrektur) meist die Perzentil-Methode verwendet.

Der zum zweiseitigen Bootstrap-Vertrauensintervall duale zweiseitige Signifikanztest für das Hypothesenpaar

$$H_0\text{: } \alpha\beta = 0 \quad \text{versus} \quad H_0\text{: } \alpha\beta \neq 0$$

lehnt die Nullhypothese genau dann ab, wenn das Bootstrap-Vertrauensintervall den Wert 0 *nicht* enthält.

Die wenigen Nachteile der Bootstrap-Technik schränken ihre Anwendung kaum ein:

- Das Vertrauensintervall ist in geringem Umfang zufallsabhängig.
  Um dieses Problem zu minimieren, sollte die Anzahl der Sekundärstichproben erhöht werden (z. B. auf 10.000). Durch die Wahl eines festen Startwerts für den Pseudozufallszahlengenerator erhält man reproduzierbare Ergebnisse.
- Der Zeitaufwand ist relativ hoch.
  Trotz moderner IT-Technik ist es natürlich wahrnehmbar, wenn eine Rechnung 1.000-mal oder 10.000-mal ausgeführt wird.
- Man benötigt die Originaldaten.
  Wenn (z. B. aus der Literatur) nur Parameterschätzungen (z. B. zu *a* und *b*) und die zugehörigen Standardfehler bekannt sind, kann das Bootstrap-Verfahren nicht angewendet werden. Dann kann man auf die anschließend beschriebene Monte Carlo - Simulation ausweichen.

1.1.6.3 Monte Carlo - Simulation

Wenn wegen fehlender Originaldaten kein Bootstrapping möglich ist, und den Normalverteilungs-abhängigen Tests vom Sobel-Typ nicht vertraut werden soll, kommt eine **Monte Carlo - Simulation** in Frage (siehe Hayes 2018, S. 105ff). Unter den üblichen Regressionsannahmen ist die Verteilung des Parameterprodukts *ab* i.A. *nicht* normal, aber die Verteilungen der beiden Faktoren *a* und *b* bewegen sich mit wachsendem Stichprobenumfang rasch in Richtung Normalität. Außerdem lässt sich ihre gemeinsame Verteilung aus üblicherweise berichteten Ergebnissen ermitteln. Man benötigt also keine Originaldaten, um zufällige Realisationen der Parameterschätzungen *a* und *b* zu ermitteln, daraus das Produkt *ab* zu berechnen und so eine Stichprobenkennwerteverteilung von *ab* zu generieren. Daraus kann man analog zum Bootstrap-Verfahren ein Vertrauensintervall und einen Signifikanztest ableiten.

Das Monte Carlo - Verfahren ist laut Hayes (2018) praktisch äquivalent zum Bootstrap-Verfahren. Gemeinsamkeiten der beiden Techniken sind:

- Man benötigt keine Annahme über die Verteilung von *ab*.
- Die Ergebnisse sind in geringem Umfang zufallsabhängig.

Allerdings basiert das Monte Carlo - Verfahren auf den Annahmen des linearen Modells (u.a. Varianzhomogenität und Normalität der Residualverteilung), während das Bootstrap-Verfahren diese Voraussetzungen nicht benötigt.

Andrew Hayes hat ein SPSS-Makro namens **mcmed.sps** zur Berechnung von Monte Carlo - Konfidenzintervallen für das Produkt *ab* programmiert, das zusammen mit dem Makro PROCESS ausgeliefert wird (siehe Abschnitt 1.2).

1.1.7 Power beim Signifikanztest für den indirekten Effekt

In diesem Abschnitt geht es um die Frage, welche Stichprobengröße benötigt wird, damit im Signifikanztest zur Mediations-Nullhypohypothese

$$H_0: \alpha\beta = 0$$

bei einem akzeptierten Risiko erster Art von 5% eine vorgegebene Effektstärke zu einer gewünschten Power (Teststärke) von z. B. 0,8 führt.

1.1.7.1 Simulationsstudie zur Power von häufig benutzten Teststrategien

In einer Simulationsstudie von Fritz & MacKinnon (2007) werden 3 Teststrategien verglichen:

- **Zwei separate t-Tests für *a* und *b*** mit der OLS-Regressionstechnik (*Joint Significance*), wobei die Mediations-Nullhypothese genau dann abgelehnt wird, wenn *beide* Einzeltests ihre Nullhypothese ablehnen. Im Unterschied zum Ansatz der kausalen Schritte nach Baron & Kenny (1986, siehe Abschnitt 1.1.5) spielen der totale Effekt *c* und der direkte Effekt *c*' keine Rolle.
- **z-Test zum Produkt *ab*** unter Verwendung der von Sobel (1982) angegebenen Formel zur Berechnung des Standardfehlers von *ab*
- **Bootstrap-basierter Test zum Produkt *ab*** aufgrund einer mit Bias-Korrektur ermittelten empirischen Stichprobenkennwerteverteilung

Fritz & MacKinnon haben alle Kombinationen mit einem kleinen, mittleren oder großen Effekt für α und β betrachtet und jeweils die für eine Power von 0,8 bei einem zweiseitigen Test zum 5% - Niveau erforderliche Stichprobengröße ermittelt. Bei den Effektgrößen haben sich die Autoren an den Empfehlungen von Cohen (1988, S. 413f) für die Beurteilung von (partiellen) Effekten in der multiplen Regression orientiert (vgl. Abschnitt 1.1.7.2). Übertragen in SPSS-Syntax wurden offenbar Simulationsdaten mit folgenden Anweisungen erzeugt:

```
compute  x = normal(1).
compute  m = alpha*x + normal(1).
compute  y = gammas*x + beta*m + normal(1).
```

Für α und β wurden Regressionskoeffizienten so bestimmt, dass ein kleiner Effekt von 0,02, ein mittlerer Effekt von 0,13 oder ein großer Effekt von 0,26 entsteht (Effektstärke quantifiziert durch die quadrierte partielle Korrelation, vgl. Abschnitt 1.1.7.2). Dazu wurden bei α bzw. β folgende Regressionskoeffizienten gewählt:

- Kleiner Effekt: 0,14
- Mittlerer Effekt: 0,39
- Großer Effekt: 0,59

In der folgenden Tabelle sind für die verglichenen Teststrategien unter verschiedenen Effektkonstellationen die erforderlichen Stichprobenumfänge zu sehen. Die Ergebnisse wurden durch Simulationstechniken ermittelt:

Teststrategie	**KK**	**KM**	**KG**	**MK**	**MM**	**MG**	**GK**	**GM**	**GG**
Joint Significance	530	403	403	405	74	58	405	59	36
Sobel	667	422	412	421	90	66	410	67	42
Bias-korrigierter Bootstrap	462	400	385	391	71	53	396	54	34

In den Spaltenbeschriftungen steht **K** für einen kleinen, **M** für einen mittleren und **G** für einen großen Effekt. Der erste Buchstabe steht für den Effekt von *X* auf *M* (α) und der zweite Buchstabe für den Effekt von *M* auf *Y* (β).

Als wesentliche Ergebnisse haben sich herausgestellt:

- Der Sobel-Test benötigt unter allen Effektkonstellationen den größten Stichprobenumfang, besitzt also generell die schlechteste Power.
- Der Bootstrap-basierte Test benötigt unter allen Effektkonstellationen den kleinsten Stichprobenumfang, besitzt also generell die beste Power.
- Das Verfahren mit separater Testung von *a* und *b* liegt beim Stichprobenbedarf stets zwischen den beiden anderen Verfahren und ist der Bootstrap-basierten Teststrategie meist annähernd ebenbürtig.

Wird aus der obigen Tabelle der Stichprobenumfang für eine geplante Studie bestimmt, sind die Eigenschaften der Daten zu bedenken, die dort zur empirischen Bestimmung der Power verwendet wurden:

- Normalverteilung aller Variablen
- fehlerfreie Messung der Regressoren X und M

Bei realen Studien ist u.a. mit einer Minderung der Regressionskoeffizienten durch Messfehler zu rechnen, und der Stichprobenumfang sollte folglich erhöht werden.

*1.1.7.2 Stichprobenumfangsplanung mit G*Power*

In Abschnitt 1.1.7.1 hat sich gezeigt, dass die Prüfung eines indirekten Effekts durch zwei separate Tests für α und β der Bootstrap-basierten Signifikanzprüfung annähernd ebenbürtig ist. Daher kann das Zweitest-Verfahren bei einer Stichprobenumfangsplanung zugrunde gelegt werden, auch wenn bei der späteren statistischen Analyse ein Bootstrap-Verfahren verwendet wird:

- Man kann jede Power-Analyse - Software einsetzen, die lineare Regressionsmodelle unterstützt.
- Eine leichte Überschätzung des Stichprobenbedarfs ist zu begrüßen, weil so die Power-schädlichen Auswirkungen verletzter Voraussetzungen (z. B. Messfehler in den Regressoren) teilweise kompensiert werden.

Wir verwenden anschließend das populäre Programm **G*Power 3.1** (Faul et al. 2009), um den Stichprobenbedarf für eine einfache Mediationsanalyse zu schätzen. Das Programm ist für Mac OS und Windows kostenlos über die folgende Webseite zu beziehen:

http://www.gpower.hhu.de/

Wir verwenden das übliche, auch der SPSS-Prozedur REGRESSION und dem SPSS-Makro PROCESS zugrunde liegende Modell fixierter Regressoren (siehe z. B. Baltes-Götz 2019) und wählen nach dem G*Power-Programmstart den folgenden Aufgabentyp:

- **Test family**: **t-Tests**
- **Statistical test**: **Linear Multiple Regression: Fixed model, single regression coefficient**
- **Type of power analysis**: **A priori**

Die Effektstärke f_j^2 für einen einzelnen Regressor X_j im Rahmen eines (multiplen) Regressionsmodells wird nach Cohen (1988, S. 411f) folgendermaßen über die quadrierte partielle Korrelation $\rho^2_{YX_j \cdot A}$ zwischen X_j und Y bei Kontrolle der restlichen Regressoren definiert:[1]

$$f_j^2 = \frac{\rho^2_{YX_j \cdot A}}{1 - \rho^2_{YX_j \cdot A}}$$

Es handelt sich um den von X_j aufgeklärten Anteil an demjenigen Teil der Kriteriumsvarianz, den die restlichen Regressoren „übrig lassen“, also um den Quotienten ...

- aus dem eigenständigen Varianzbeitrag von X_j
- und der Residualvarianz im Modell ohne X_j

Zur Beschreibung der Effektstärke einer Varianzquelle in der multiplen Regression nennt Cohen (1988, S. 413f) folgende Orientierungsgrößen für die Verhaltens- und Sozialwissenschaften:

[1] Enthält ein Modell nur *einen* Regressor, geht $\rho^2_{YX_j \cdot A}$ über in die quadrierte einfache Korrelation des Regressors mit dem Kriterium.

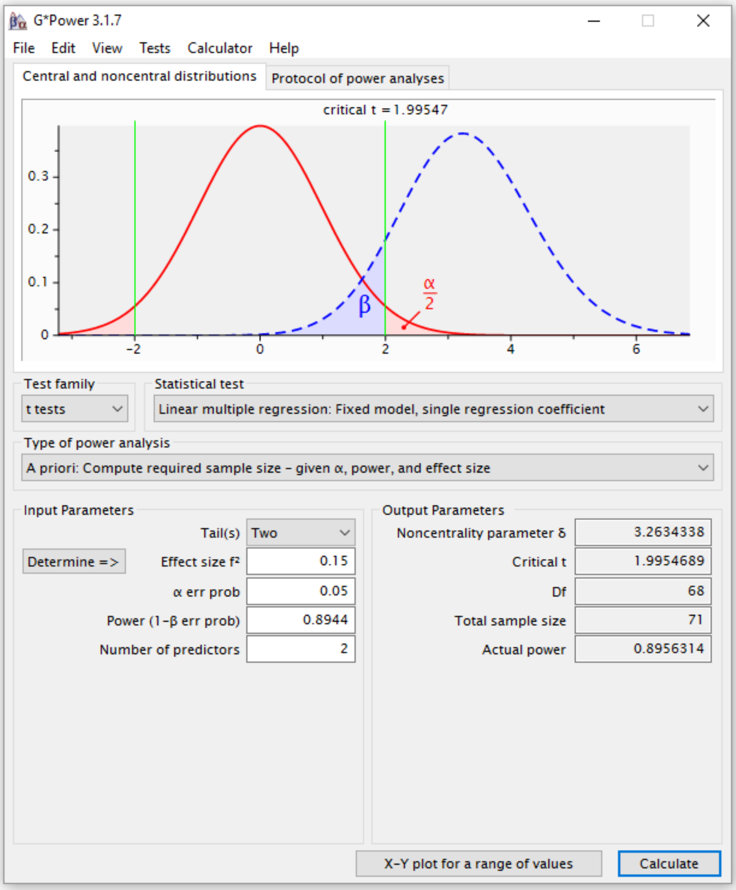
Effektstärke in der Population	erklärter Varianzanteil	Effektstärkeindex f^2
klein	0,02	0,02
mittel	0,13	0,15
groß	0,26	0,35

Als Standardwert für die Power (Entdeckungswahrscheinlichkeit) empfiehlt Cohen (1988, S. 56) den Wert 0,8 (resultierender β-Fehler: 0,2).

Wir gehen bei der Stichprobenumfangsplanung davon aus, dass separate Tests zur Mediationsbeurteilung verwendet werden. Weil folglich *zwei* Tests ihre falsche Nullhypothese ablehnen müssen, damit ein vorhandener Mediationseffekt signifikant wird, ist für jeden Einzeltest eine Power von ca. 0,8944 erforderlich, denn:

$$0{,}8944^2 \approx 0{,}8$$

Nimmt man für die Regressionskoeffizienten α und β jeweils eine mittlere Effektstärke an, resultiert bei zweiseitigen Tests ein Stichprobenbedarf von 71 Fällen, der *unter* dem von Fritz & MacKinnon (2007) durch Simulationstechniken ermittelten Wert von 74 liegt (vgl. Abschnitt 1.1.7.1):

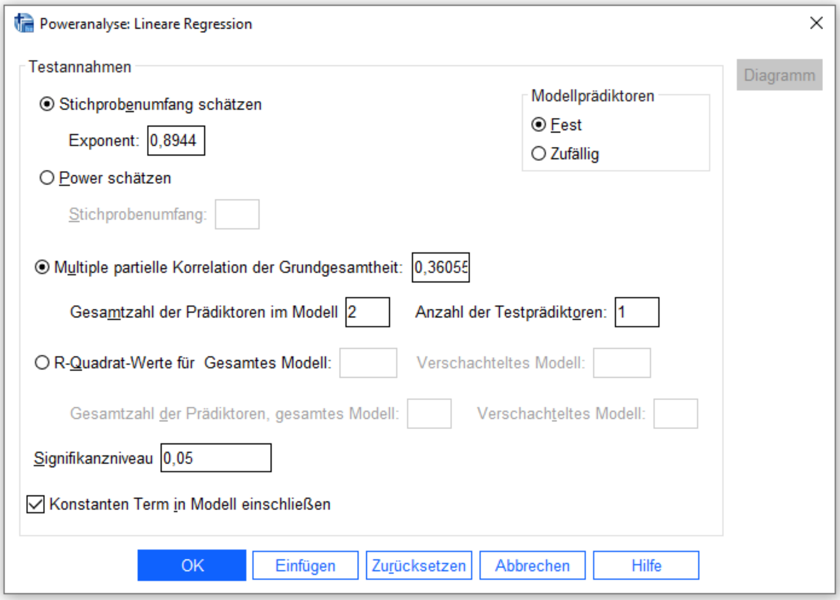


Bei der Eingabe von Dezimalzahlen ist zu beachten, dass G*Power nur den *Punkt* als Dezimaltrennzeichen akzeptiert.

Seit der Version 27 bietet auch SPSS eine Power-Analyse für die lineare Regression über den Menübefehl

Analysieren > Poweranalyse > Regression > Univariat linear

Wir verwenden dieselbe Aufgabenbeschreibung wie in G*Power:



In das merkwürdig mit **Exponent** beschriften Textfeld ist die gewünschte Power einzutragen. Zur Beschreibung der Effektstärke ist $\rho_{YX_j \cdot A}$ statt f_j^2 anzugeben, also $\sqrt{0{,}13}$. Es resultiert dieselbe Stichprobengrößenempfehlung wie in G*Power:

Poweranalysetabelle.

	N	Tatsächliche Leistung [b]	Prädiktoren		Testannahmen		
			Gesamtsumme	Test	Exponent	Partiell [c]	Sig.
F-Test vom Typ III [a]	71	,895	2	1	,8944	,36055	,05

a. Ein konstanter Term wird einbezogen.

b. Es wird davon ausgegangen, dass Prädiktoren festgelegt werden.

c. Multipler partieller Korrelationskoeffizient.

Ob die Anzahl der Prädiktoren 1 oder 2 beträgt (passend zur Modellgleichung 1 bzw. 2), spielt bei der aktuellen Power-Analyse keine Rolle. Somit resultiert für die beiden zu betrachteten Regressionsmodelle bei identischer angenommener Effektstärke derselbe Stichprobenbedarf.

Wer sich über das ungeschriebene Gesetz, bei Mediationsprüfungen sowie sonstigen multiplen Regressionsanalysen trotz vorhandener Richtungshypothesen ausschließlich zweiseitige Tests zu verwenden, hinwegsetzt, ermittelt für einseitige Tests einen Stichprobenbedarf von lediglich 58 Fällen.

Werden für die beiden Faktoren im Mediationseffekt $\alpha\beta$ verschiedene Effektstärken angenommen, sind zwei Power-Analysen fällig, und der größte Stichprobenbedarf ist zu anzuwenden. Wird z. B. ein mittlerer Effekt α von X auf M sowie ein kleiner Effekt β von M auf Y angenommen, ergeben sich für zweiseitige Tests bei einer Einzeltest-Power von 0,8944 die Einzeltestumfänge 71 und 518, so dass 518 Fälle benötigt werden. Durch eine alternative Faktorisierung der Gesamt-Power von 0,8 (z. B. 0,98 · 0,82) lässt sich das Maximum der beiden benötigten Stichprobenumfänge reduzieren. Eventuell kommen Fritz & MacKinnon (2007) auf diese Weise bei der Effektstärkenkonstellation **MK** für die Joint Significance - Teststrategie zu einem erforderlichen Stichprobenumfang von lediglich 405 Fällen (siehe Abschnitt 1.1.7.1).

Hayes (2018, S. 141) zeigt übrigens nur wenig Begeisterung für a priori - Power-Analyse:

> Personally, I find power analysis little more than a semi-informed game that we play, given that in order to conduct a power analysis (at least an a priori power analysis), you need more information than you are likely to have or be in a position to know before the data collection.

1.2 Makro PROCESS

Für SPSS-Anwender besteht ein bequemer Weg zur Prüfung der Mediations-Nullhypothese

$$H_0 \colon \alpha\beta = 0$$

mit der laut Abschnitt 1.1.7 besonders teststarken Bootstrap-Technologie darin, das von Andrew Hayes angebotene SPSS-Makro PROCESS zu verwenden.

1.2.1 Bezug und Installation

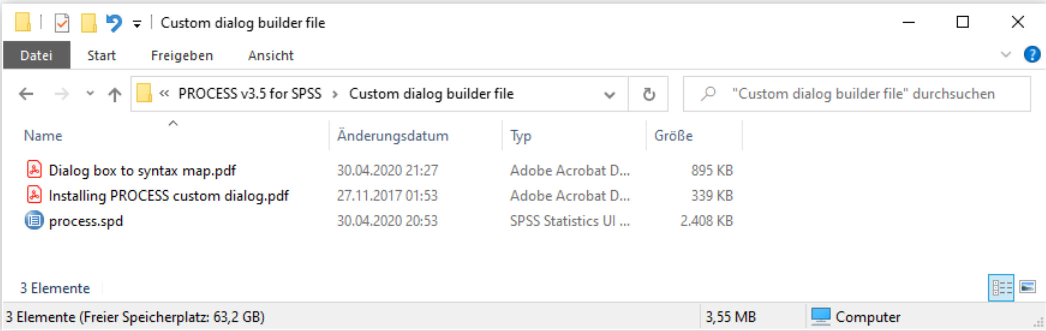
Von der Webseite

http://www.processmacro.org/download.html

kann eine Zip-Datei mit der aktuellen PROCESS-Version heruntergeladen werden (im Dezember 2020: **processv35.zip**). Nach dem Auspacken des Zip-Archivs findet sich im Unterordner

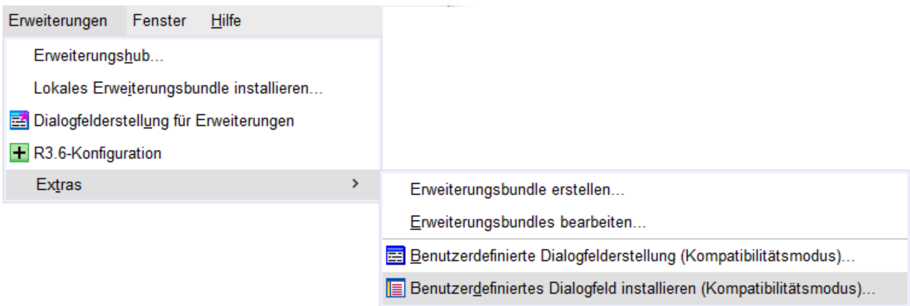
...\PROCESS v3.5 for SPSS\Custom dialog builder file

u.a. die Datei **process.spd**:

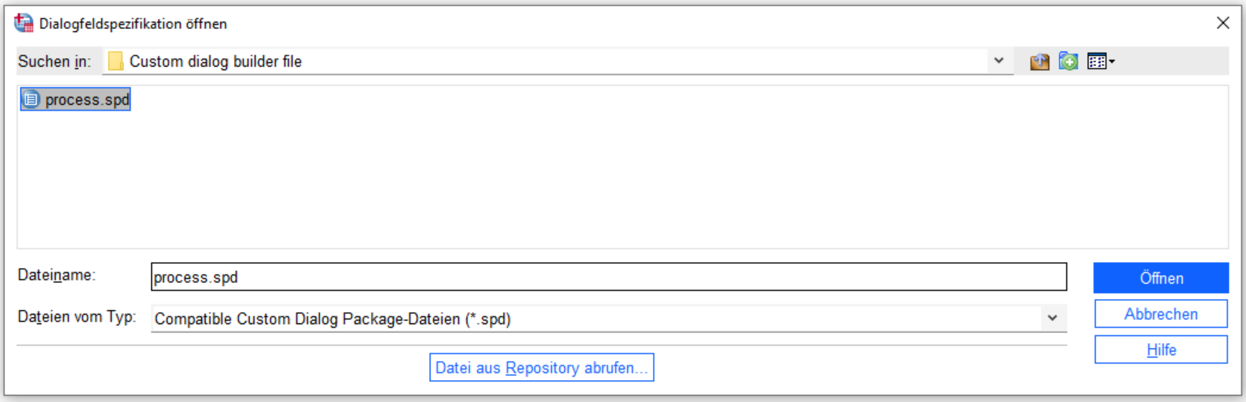


Um die Installation von PROCESS einzuleiten, ist in SPSS 27 nach dem Menübefehl

Erweiterungen > Extras >
Benutzerdefiniertes Dialogfeld installieren (Kompatibilitätsmodus)



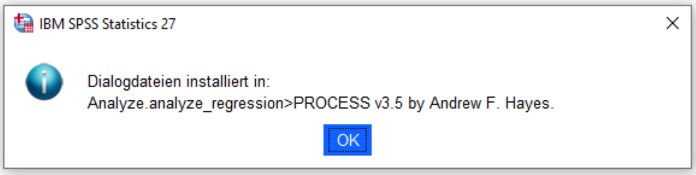
die Datei **process.spd** zu öffnen:



Dabei gelten sehr benutzerfreundliche Regeln:

- Es genügen normale Benutzerrechte.
- Das Makro kann bei laufender SPSS-Sitzung installiert und anschließend sofort benutzt werden.

SPSS informiert nach einer erfolgreichen Installation etwas kryptisch darüber, dass PROCESS im Menüzweig **Analysieren > Regression** zu finden sei:



Auf einem Pool-PC an der Universität Trier unter Windows ist die Installation eines benutzerdefinierten Dialogfelds von räumlich begrenzter Wirkung. Die Installation landet auf einem einzelnen Pool-PC, kann sich also nicht auf andere Pool-PCs auswirken. Zur Lösung des Problems sollten Sie die benutzereigene Windows-Umgebungsvariable **SPSS_CDIALOGS_PATH** definieren:

- Tippen Sie *Umgebung* in das Windows-Suchfeld ein.
- Wählen Sie per Mausklick den Treffer **Umgebungsvariablen für dieses Konto bearbeiten**.

Dabei sind folgende Regeln zu beachten:

- SPSS berücksichtigt nur Umgebungsvariablen, die schon beim Programmstart vorhanden waren.
- Als Name für die Umgebungsvariable muss **SPSS_CDIALOGS_PATH** verwendet werden.
- Als Inhalt sollten Sie den Namen eines bereits vorhandenen (!) Ordners auf Ihrem persönlichen Laufwerk **U:** angeben, weil dieses Laufwerk auf jedem Pool-PC verfügbar ist, z. B.
  U:\Eigene Dateien\SPSS\CustomDialogs

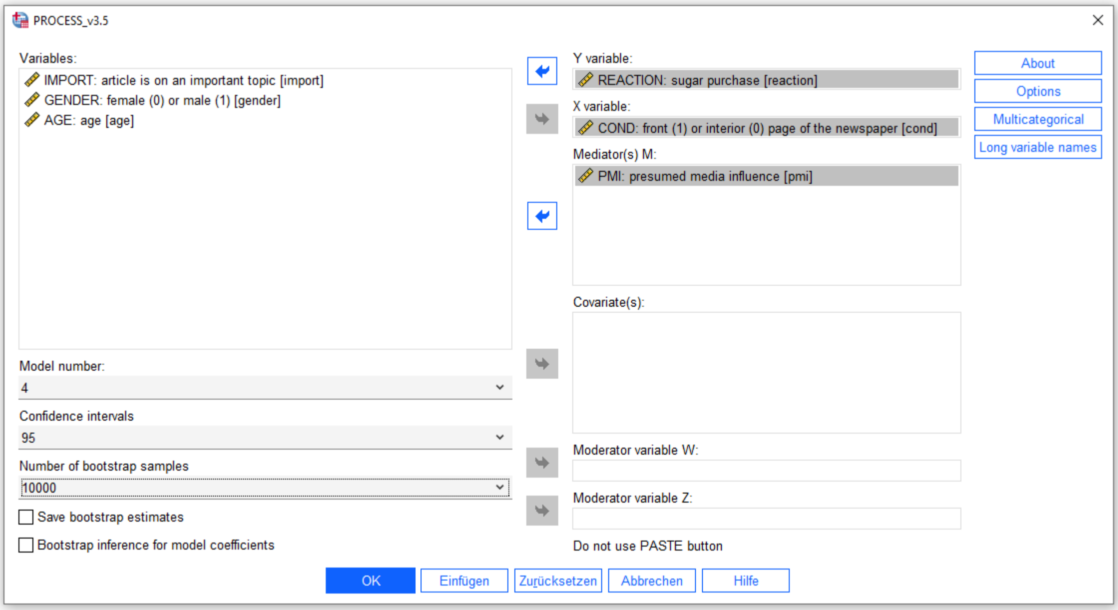
Wenn Sie anschließend ein benutzerdefiniertes Dialogfeld installieren, landet es im vereinbarten Ordner und steht auf *jedem* Pool-PC zur Verfügung.

1.2.2 Makro verwenden

Nach der eben beschriebenen Installation lässt sich mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

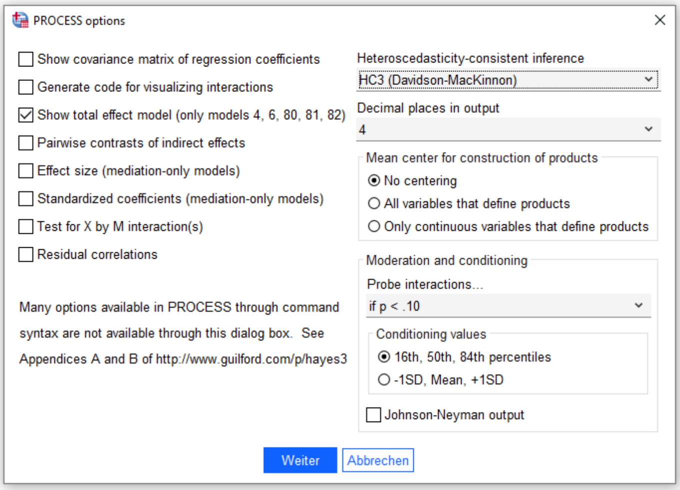
die folgende Dialogbox öffnen:



Wir fordern für das in Abschnitt 1.1.4 beschriebene Beispiel mit der vermuteten Medienwirkung (SPSS-Variable PMI) als Mediator für den Effekt der Artikel-Platzierung (SPSS-Variable COND) auf das Hamstern von Zucker (SPSS-Variable REACTION) eine PROCESS-Analyse an:

- Verwenden Sie REACTION als **Y variable**.
- Verwenden Sie COND als **X variable**.
- Verwenden Sie PMI als **Mediator M**.
- Wählen Sie **4** als **Model number**.
- Erhöhen Sie die Anzahl der **bootstrap samples** auf 10.000.

Öffnen Sie den **Options**-Dialog mit dem gleichnamigen Schalter,



und fordern Sie die folgenden zusätzlichen Leistungen an:

- **Show total effect model (only models 4, 6, 80, 81, 82)**
- **Heteroscedasticity-consistent inference**
  Bei der Regression von REACTION auf COND und PMI hat sich eine ausgeprägte Heteroskedastizität der Residuen gezeigt (siehe Abschnitt 1.1.4.3.2), so dass für Signifikanztests und Vertrauensintervalle robuste Standardfehler vom Typ **HC3 (Davidson-McKinnon)** verwendet werden sollten.

Man kann PROCESS auch per Syntax verwenden und damit besonders rationell einsetzen. Einige Optionen sind sogar ausschließlich per Syntax verfügbar (z. B. Sobel-Test, Verwendung eines festen Startwerts für den Pseudozufallszahlengenerator). Allerdings lässt sich die Syntax *nicht* wie von anderen SPSS-Dialogboxen gewohnt über den **Einfügen**-Schalter im Dialog produzieren, sondern muss in einem Syntaxfenster (zu öffnen mit dem Menübefehl **Datei > Neu > Syntax**) komplett selbst verfasst werden, was aber aufgrund der geschickt entworfenen Syntaxregeln keinen großen Aufwand bedeutet. Als offizielle Dokumentation zur Verwendung des PROCESS-Makros fungiert das Buch von Hayes (2018) über Mediations- und Moderationsanalyse, auf das wir in diesem Manuskript oft zurückgreifen. Nach dem Erscheinungsdatum des Buches vorgenommene Veränderungen des PROCESS-Makros beschreibt die im Download enthaltene Datei

Version 3 documentation addendum.pdf.

Das folgende Kommando führt dieselbe Analyse aus, die wir oben über Dialogboxen angefordert haben, und liefert zusätzlich den Sobel-Test:

```
process y=reaction /x=cond /m=pmi /model=4 /total=1 /boot=10000 /hc=3 /normal=1.
```

Der Sobel-Test wird zu Vergleichszwecken angefordert, obwohl wir aus den Abschnitten 1.1.6.1 und 1.1.7.1 wissen, dass dieser Test nicht die erste Wahl zur Beurteilung eines indirekten Effekts ist.

Während das benutzerdefinierte Dialogfeld nach der oben beschriebenen PROCESS-Installation permanent zur Verfügung steht, muss vor der Verwendung des Kommandos in einer SPSS-Sitzung die Syntaxdatei **process.sps** ausgeführt werden, die beim Auspacken der PROCESS-Download-Datei **processv35.zip** im Unterordner **PROCESS v3.5 for SPSS** landet. Die Syntax in **process.sps** kann implizit durch einmalige PROCESS-Verwendung auf dem eben beschriebenen Weg (per Menübefehl und Dialog) ausgeführt werden oder explizit auf folgende Weise:

- Öffnen Sie die SPSS-Syntaxdatei **process.sps**.
- Lassen Sie die Syntax ausführen (z. B. über den Syntaxfenster-Menübefehl **Ausführen > Alle**).

Erläuterungen zu den im Beispiel verwendeten PROCESS-Subkommandos:

- In den Subkommandos **Y**, **X** und **M** gibt man das Kriterium, den Regressor und den Mediator an.
- Das **MODEL**-Subkommando nennt den Analysetyp.
  Die 92 von PROCESS 3.x unterstützten Modelle werden im Anhang A von Hayes (2018) beschrieben.
- Das Subkommando **TOTAL** fordert Ergebnisse zum totalen Effekt an.
- Mit dem Subkommando **BOOT** kann man die Anzahl von Bootstrap-Sekundärstichproben festlegen.
- Mit dem Subkommando **HC** fordert man Heteroskedastizitäts-konsistente Standardfehler an. In der Regel wählt man den Typ 3, der auch bei kleinen Stichproben zuverlässige Ergebnisse liefert.
- Das Subkommando **NORMAL** fordert den Sobel-Test an.

1.2.3 Ergebnisse für das Beispiel mit der vermuteten Medienwirkung als Mediator

Nachdem der PROCESS-Hauptdialog oder die Syntax abgeschickt wurde, erscheint im Ausgabefenster eine Textausgabe mit den Ergebnissen. Nach einleitenden Informationen über die verwendete PROCESS-Version

```
**************** PROCESS Procedure for SPSS Version 3.5 ******************

          Written by Andrew F. Hayes, Ph.D.       www.afhayes.com
    Documentation available in Hayes (2018). www.guilford.com/p/hayes3

**************************************************************************
```

und einer Beschreibung des Modells

```
Model  : 4
    Y  : reaction
    X  : cond
    M  : pmi

Sample
Size:  123
```

erfahren wir von einem knapp signifikanten zweiseitigen Test zum Steigungskoeffizienten in der bivariaten Regression von PMI auf COND:

```
OUTCOME VARIABLE:
 pmi

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,1808      ,0327     1,7026     4,0461     1,0000   121,0000      ,0465

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant     5,3769      ,1672    32,1575      ,0000     5,0459     5,7080
cond          ,4765      ,2369     2,0115      ,0465      ,0075      ,9455
```

Wegen unserer Entscheidung für die Verwendung von Heteroskedastizitäts-konsistenten Standardfehlern weichen der Signifikanztest und das Vertrauensintervall leicht von den im Abschnitt 1.1.4.3.1 und bei Hayes (2018, S. 92) berichteten Ergebnissen ab, was auch für die folgenden Tabellen gilt.

In der Regression von REACTION auf COND und PMI zeigt sich trotz Heteroskedastizitäts-Korrektur im Wesentlichen dasselbe Bild, das die SPSS-Regressionsprozedur geliefert hat (siehe Abschnitt 1.1.4.3.2). Während der Mediator PMI als deutlich signifikant beurteilt wird, ist der direkte Effekt des Regressors COND weit von der Signifikanzgrenze entfernt:

```
OUTCOME VARIABLE:
 reaction

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,4538      ,2059     1,9404    23,1924     2,0000   120,0000      ,0000

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant      ,5269      ,4045     1,3026      ,1952     -,2739     1,3277
cond          ,2544      ,2598      ,9790      ,3296     -,2601      ,7688
pmi           ,5064      ,0796     6,3633      ,0000      ,3489      ,6640
```

Auch beim totalen Effekt von COND auf REACTION hat die Heteroskedastizitäts-Korrektur wenig Einfluss auf das Ergebnisbild (vgl. Abschnitt 1.1.4.3.3):

```
************************** TOTAL EFFECT MODEL ****************************
OUTCOME VARIABLE:
 reaction

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,1603      ,0257     2,3610     3,1746     1,0000   121,0000      ,0773

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant     3,2500      ,2010    16,1683      ,0000     2,8520     3,6480
cond          ,4957      ,2782     1,7818      ,0773     -,0551     1,0465
```

Der *zweiseitige* Test kann seine Nullhypothese nicht verwerfen. Halbiert man sein *p*-Level, erhält man das *p*-Level des *einseitigen* Tests, das die kritische Grenze von 0,05 unterschreitet, so dass die Nullhypothese des einseitigen Tests (H_0: $\gamma \leq 0$) zu verwerfen ist. Der einseitige Test ist zulässig, wenn die Hypothesenrichtung bereits vor der Datenerhebung festgelegt worden war.

Nun kommen wir zu den spannenden Signifikanztests zur Mediationshypothese (H_0: $\alpha\beta = 0$). Im Sobel-Test (`Normal theory tests for indirect effect(s)`) wird das Signifikanzkriterium zur *zweiseitigen* Nullhypothese knapp verfehlt ($p = 0{,}0579$):

```
************** TOTAL, DIRECT, AND INDIRECT EFFECTS OF X ON Y **************

Total effect of X on Y
     Effect    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
      ,4957      ,2782     1,7818      ,0773     -,0551     1,0465

Direct effect of X on Y
     Effect    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
      ,2544      ,2598      ,9790      ,3296     -,2601      ,7688

Indirect effect(s) of X on Y:
        Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
pmi      ,2413      ,1321      ,0046      ,5240

   Normal theory test for indirect effect(s):
        Effect    se(HC3)          Z          p
pmi      ,2413      ,1272     1,8968      ,0579

*********************** ANALYSIS NOTES AND ERRORS ************************

Level of confidence for all confidence intervals in output:
  95,0000

Number of bootstrap samples for percentile bootstrap confidence intervals:
  10000

NOTE: A heteroscedasticity consistent standard error and covariance matrix
estimator was used.
```

Das (zweiseitige) Bootstrap-Vertrauensintervall liegt hingegen komplett auf der positiven Seite ([0,0046; 0,5240]), enthält den Wert 0 also *nicht*, sodass der darauf basierende zweiseitige Signifikanztest seine Nullhypothese *verwirft*.

Weil im Bootstrap-Verfahren ein Pseudozufallszahlengenerator beteiligt ist, produzieren zwei Prozeduraufrufe im Allgemeinen leicht abweichende Ergebnisse, was bei knappen Verhältnissen durchaus zu unterschiedlichen Testergebnissen führen kann. Um den Einfluss des Startwerts zu schwächen (und dabei auch noch die Präzision der Ergebnisse zu steigern), kann man die Anzahl der Sekundärstichproben erhöhen. Für die obige Auswertung wurden daher 10.000 Sekundärstichproben verwendet.

Dem PROCESS-Kommando kann außerdem über das Subkommando **SEED** ein Startwert für den Pseudozufallszahlengenerator diktiert werden, so dass stets dieselben Pseudozufallszahlen verwendet werden, z. B.:[1]

```
process y=reaction /x=cond /m=pmi /model=4
  /total=1 /boot=10000 /hc=3 /normal=1 /seed=1.
```

Das löst zwar nicht die Abhängigkeit vom Startwert des Zufallszahlengenerators, macht die Ergebnisse aber reproduzierbar. Hayes (2018, S. 104) empfiehlt, den Startwert für den Pseudozufallszahlengenerator bei jedem PROCESS-Einsatz zu setzen. Um diese Empfehlung zu befolgen, muss man allerdings auf die PROCESS-Dialogbox, die keinen SEED-Wert entgegennimmt, verzichten und generell das PROCESS-Kommando benutzen.

1.2.4 Einseitige Bootstrap-Vertrauensintervalle und -Signifikanztests

Um mit dem PROCESS-Makro *einseitige* Signifikanztests mit Bootstrap-Technik anzufordern, setzt man das Konfidenzniveau auf 90%, was im Dialogfeld

und per Syntax möglich ist, z. B.:

```
process y=reaction /x=cond /m=pmi /model=4
  /total=1 /boot=10000 /hc=3 /seed=1 /conf=90.
```

Aus dem so erhaltenen zweiseitigen 90% - Vertrauensintervall entsteht ein einseitiges 95% - Vertrauensintervall, indem (je nach Hypothesenformulierung) die rechte Intervallgrenze durch ∞ oder die linke Grenze durch -∞ ersetzt wird. Im medialen Beispiel ist aufgrund der Alternativhypothese

$$H_1\colon \alpha\beta > 0$$

die *rechte* Grenze des von PROCESS ermittelten zweiseitigen 90% - Vertrauensintervalls durch ∞ zu ersetzen. Die folgende PROCESS-Ausgabe

```
Indirect effect(s) of X on Y:
        Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
pmi      ,2413      ,1317      ,0451      ,4716

*********************** ANALYSIS NOTES AND ERRORS ************************
Level of confidence for all confidence intervals in output:
  90,0000
```

liefert das einseitige 95% - Vertrauensintervall:

$$[0{,}0451;\ \infty)$$

Die einseitige Nullhypothese im Test zum Niveau $\alpha = 0{,}05$ wird genau dann abgelehnt, wenn das einseitige 95% - Vertrauensintervall den Wert 0 nicht enthält.

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

1.3 Modelle mit mehreren Mediatoren

Um ein empirisches System mit angemessener Approximation zu beschreiben, ist es oft erforderlich, das bisher betrachtete einfache Mediationsmodell bestehend aus den drei Variablen X, M und Y zu erweitern:

- Beim Einfluss von X auf Y können *mehrere, parallel wirkende* Mediatoren M_1, M_2, ... beteiligt sein. Wenn sich mehrere parallele Mediationspfade in einem Modell befinden, ist ein Vergleich der Pfade von Interesse.
- Mehrere Mediatoren können *seriell* wirken, z. B. mit der Kausalkette $X \rightarrow M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow Y$. Hier hat der Mediator M_1 einen Effekt auf den Mediator M_2.

1.3.1 Parallele Mediationspfade

1.3.1.1 Beispiel

Bei der Zerlegung eines totalen Effekts in mehrere parallele indirekte Effekte und einen direkten Effekt beschränkt man sich in der Regel auf relativ wenige Mediatoren, häufig auf zwei. Wir erweitern das in Abschnitt 1.1.4 vorgestellte Beispiel aus einer bei Hayes (2018) beschriebenen Studie von Tal-Or et al. (2010) um einen zweiten Mediator. Im Beispiel geht es um den Effekt der Platzierung eines Artikels über Zuckerverknappung (Variable COND) auf das Hamsterverhalten (Variable REACTION), wobei bisher die unterstellte mediale Beeinflussung der Öffentlichkeit (Variable PMI) als Mediator untersucht wurde. In der Studie wurden die Probanden zusätzlich gebeten, die Bedeutung der im Artikel beschriebenen Zuckerverknappung einzuschätzen (Variable IMPORT). Für diese Variable ist ebenfalls eine Mediatorwirkung anzunehmen:

- Die beiden Instruktionen über die Platzierung des Artikels (auf der ersten Seite einer überregionalen Zeitung versus im Innenteil dieser Zeitung) sollten sich auf die eingeschätzte Bedeutung des Themas auswirken.
- Für die eingeschätzte Bedeutung des Themas ist ein positiver Effekt auf die Zuckerbeschaffung anzunehmen.

Es könnte sich herausstellen, dass die Variable PMI (vermuteter Einfluss des Artikels auf die Öffentlichkeit) die Rolle eines Mediators nur scheinbar ausübt, weil sie mit dem tatsächlichen, bislang weggelassenen Mediator IMPORT korreliert.

Wir erweitern das Pfadmodell um den mutmaßlichen Mediator IMPORT:

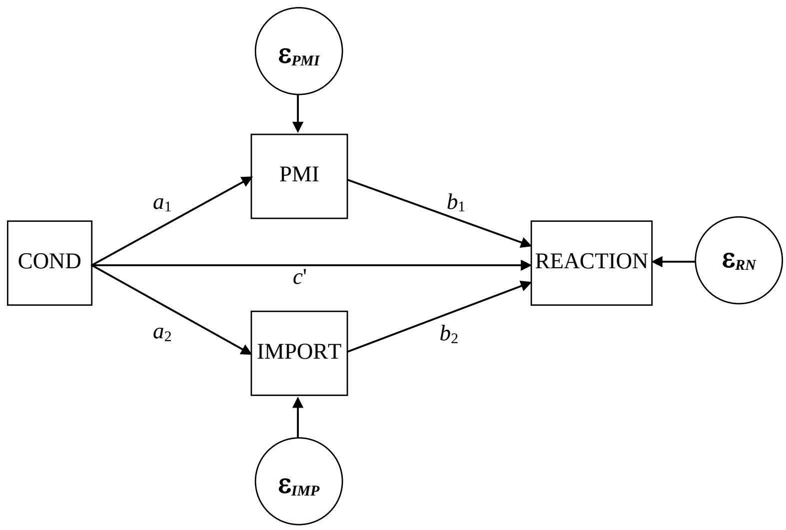


Abbildung 7: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Modellstruktur mit zwei Mediatoren in „Parallelschaltung“

Der totale Effekt c von COND auf REACTION lässt sich nun folgendermaßen in den direkten Effekt c' und die beiden spezifischen indirekten Effekte a_1b_1 und a_2b_2 zerlegen:

$$c = c' + a_1b_1 + a_2b_2$$

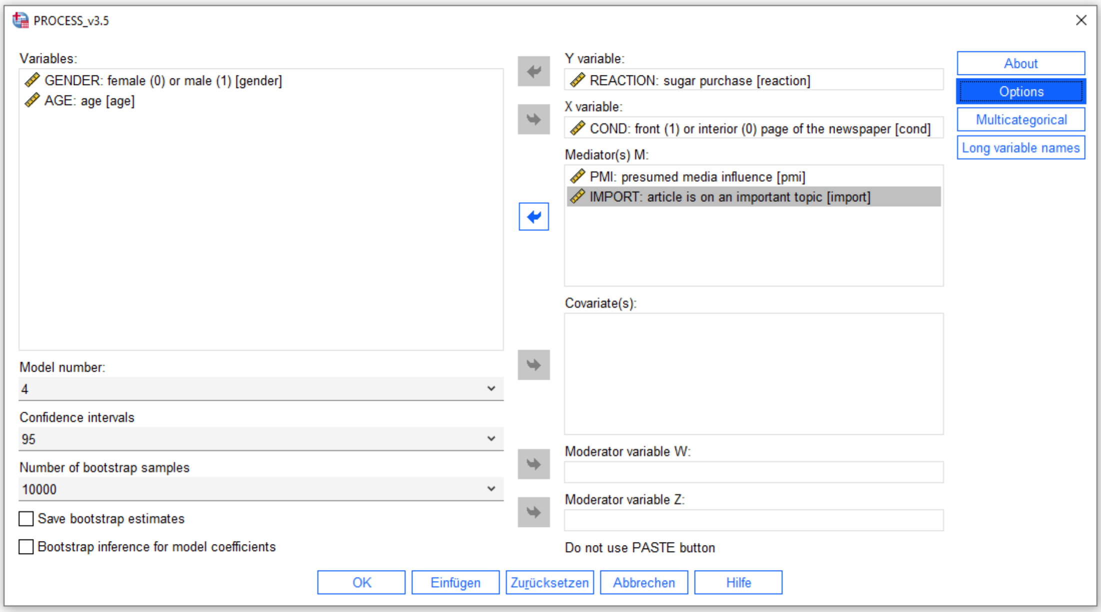
1.3.1.2 Schätzen und Testen mit PROCESS

Viele Parameterschätzungen und Signifikanztests zu den nunmehr *drei* beteiligten Regressionsgleichungen für die Kriterien PMI, IMPORT und REACTION können mit der SPSS-Regressionsprozedur ermittelt werden (vgl. Abschnitt 1.1.4.2). Wir verwenden aber gleich das Makro PROCESS (vgl. Abschnitt 1.2), das ebenfalls die OLS-Schätzer liefert (auf Wunsch mit Heteroskedastizitäts-konsistenten Standardfehlern) und außerdem Mediations-spezifische Zusatzergebnisse (z. B. Bootstrap-basierte Signifikanztests zu den indirekten Effekten).

Nach der in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Installation lässt sich mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

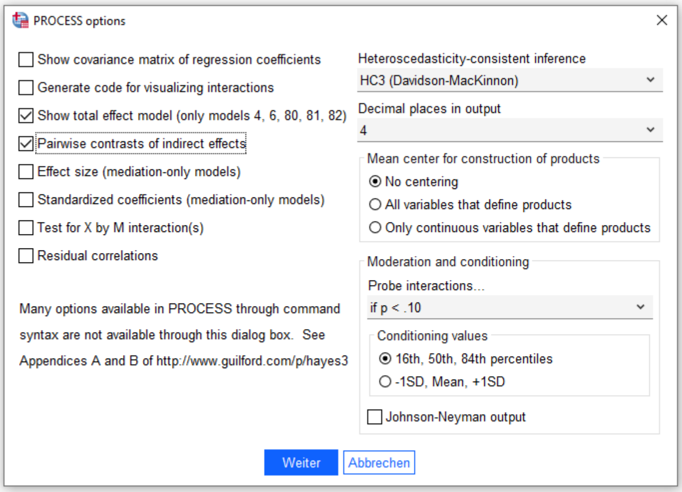
der PROCESS-Dialog öffnen:



Spezifizieren Sie folgendermaßen das erweiterte Modell:

- Verwenden Sie REACTION als **Y variable**.
- Verwenden Sie COND als **X variable**.
- Verwenden Sie PMI und IMORT als **Mediator(s) M**.
- Wählen Sie **4** als **Model number**.
- Erhöhen Sie die Anzahl der **bootstrap samples** auf 10.000.

Öffnen Sie den **Options**-Dialog mit dem gleichnamigen Schalter,



und fordern Sie die folgenden zusätzlichen Leistungen an:

- **Show total effect model (only models 4, 6, 80, 81, 82)**
- **Pairwise contrasts of indirect effects**
  Aufgrund dieser Anforderung vergleicht PROCESS paarweise die indirekten Effekte.
- **Heteroscedasticity-consistent inference**
  Auch in der der Regression von REACTION auf COND, PMI und IMPORT spricht der Test von Breusch & Pagan für heterogene Residualvarianzen (vgl. Abschnitt 1.1.4.3.2).

Die von den eben beschriebenen Dialogboxen angeforderten Ausgaben werden auch durch das folgende Kommando erzielt.[1] Zusätzlich wird im Kommando der Sobel-Test verlangt (`normal=1`) und der feste Startwert 1 für den Pseudozufallszahlengenerator gesetzt (`seed=1`):

```
process y=reaction /x=cond /m=pmi import /model=4
  /total=1 /contrast=1 /boot=10000 /hc=3 /normal=1 /seed=1.
```

Erläuterungen zu den Erweiterungen im Vergleich zur Kommando-Version in Abschnitt 1.2.2:

- Im **M**-Subkommando wird die Variable IMPORT zusätzlich angegeben.
- Mit dem Subkommando **CONTRAST** wird ein Vergleich der indirekten Effekte angefordert.

Wir erhalten für COND einen positiven Effekt von 0,63 auf den Mediator IMPORT, der im zweiseitigen Test auf der Basis eines robusten Standardfehlers knapp signifikant wird (p = 0,0479):

```
OUTCOME VARIABLE:
 import

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,1809      ,0327     2,9411     3,9938     1,0000   121,0000      ,0479

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant     3,9077      ,2070    18,8811      ,0000     3,4980     4,3174
cond          ,6268      ,3136     1,9985      ,0479      ,0059     1,2477
```

Wegen der für COND gewählten Kodierung (1 für die Titelseite, 0 für den Innenteil) zeigt sich also bei der Titelseitengruppe ein um 0,63 höherer IMPORT-Mittelwert.

---

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

In der Regression von REACTION auf COND, PMI und IMPORT haben *beide* Mediatoren ein signifikantes positives Gewicht, während der direkte Effekt von COND die Signifikanzgrenze deutlich verfehlt:

```
OUTCOME VARIABLE:
 reaction

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,5702      ,3251     1,6628    25,5779     3,0000   119,0000      ,0000

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant     -,1498      ,3907     -,3835      ,7020     -,9234      ,6238
cond          ,1034      ,2441      ,4236      ,6726     -,3799      ,5867
pmi           ,3965      ,0786     5,0478      ,0000      ,2410      ,5521
import        ,3244      ,0753     4,3073      ,0000      ,1753      ,4736
```

Für die indirekten Effekte von COND auf REACTION über PMI bzw. IMPORT resultieren damit positive Schätzwerte (a_1b_1 bzw. a_2b_2).

Die auf fragwürdigen Normalverteilungsannahmen basierenden Sobel-Tests können die zweiseitigen Nullhypothesen zu den indirekten Effekten *nicht* zurückweisen:

```
   Normal theory test for indirect effect(s):
            Effect    se(HC3)          Z          p
pmi           ,1890      ,1028     1,8377      ,0661
import        ,2033      ,1146     1,7739      ,0761
```

Das gelingt hingegen den Bootstrap-basierten Tests, die nach Abschnitt 1.1.7.1 über eine bessere Teststärke verfügen:

```
Indirect effect(s) of X on Y:
            Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
TOTAL         ,3923      ,1639      ,0907      ,7320
pmi           ,1890      ,1041      ,0116      ,4204
import        ,2033      ,1147      ,0054      ,4605
(C1)        -,0144      ,1453     -,3042      ,2665
```

Beide Vertrauensintervalle befinden sich komplett im positiven Bereich, so dass wir auf signifikant positive indirekte Effekte schließen dürfen. Damit wird IMPORT als Mediator bestätigt, und PMI hat seine Mediatorrolle im erweiterten Modell *nicht* verloren.

Auch für den kombinierten indirekten Effekt $a_1b_1 + a_2b_2$ ergibt sich ein signifikanter positiver Wert (siehe Ausgabezeile **`TOTAL`**).

In der Ausgabezeile zum Kontrast (**`C1`**) wird das folgende Hypothesenpaar beurteilt:

$$H_0\colon \alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_2 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1\colon \alpha_1\beta_1 - \alpha_2\beta_2 \neq 0$$

Der Wert 0 liegt fast in der Mitte des Bootstrap-Vertrauensintervalls, und wir folgern, dass COND auf den beiden Mediationspfaden ungefähr gleichstarke Wirkungen auf REACTION ausübt.

1.3.2 Mediatoren in Serie

In der aktuellen Forschungspraxis wird bei Modellen mit mehreren Mediatoren meist die in Abschnitt 1.3.1 beschriebene „Parallelschaltung“ verwendet, wobei Beziehungen zwischen den Mediatoren nicht beachtet werden (Hayes 2018, S. 167). Gelegentlich ist aber die „Serienschaltung“ angemessen, wobei kausale Wirkungen auch zwischen Mediatoren angenommen werden.

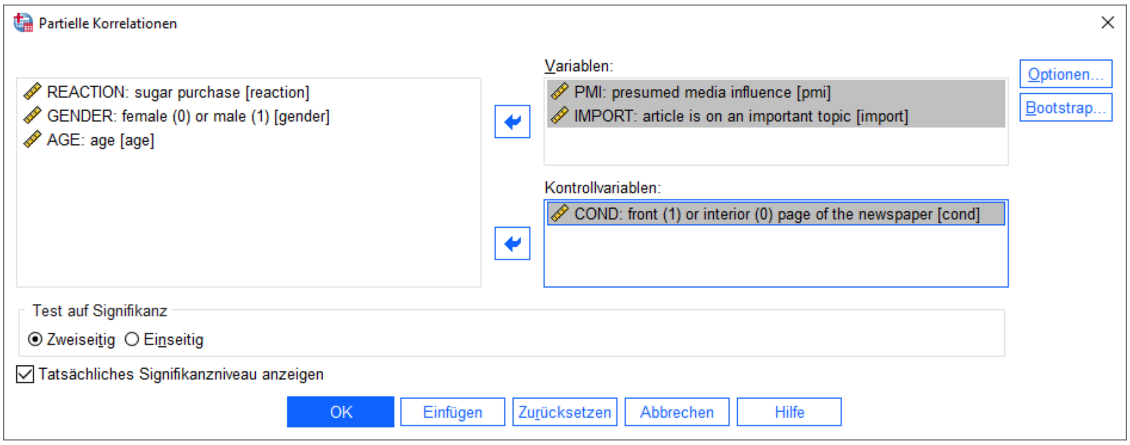
Unser Beispiel zum Effekt der Platzierung eines Artikels über Zuckerverknappung (Variable COND) auf das Hamsterverhalten (Variable REACTION) der Probanden enthält seit der letzten Erweiterung (siehe Abschnitt 1.3.1.1) zwei parallel wirkende Mediatoren:

- Die unterstellte mediale Beeinflussung anderer Personen durch den Artikel (Variable PMI)
- Die eingeschätzte Bedeutung der im Artikel beschriebenen Zuckerverknappung (Variable IMPORT)

Es scheint plausibel, dass die vermutete mediale Beeinflussung der Öffentlichkeit umso größer ausfällt, je bedeutsamer das im Artikel beschriebene Thema wahrgenommen wird. Statistisch sollte sich diese Wirkung dadurch artikulieren, dass die Assoziation von PMI und IMPORT nicht vollständig durch den Einfluss der gemeinsamen Ursache COND erklärt werden kann. Tatsächlich ist die partielle Korrelation von PMI und IMPORT bei Kontrolle von COND in einem zweiseitigen Test signifikant ($r_{(PMI,IMP).COND} = 0{,}258$; $p = 0{,}004$; vgl. Hayes 2018, S. 173). In SPSS fordert man die partielle Korrelation nach dem Menübefehl

Analysieren > Korrelation > Partiell

in der folgenden Dialogbox an:



Wir lassen die in Abschnitt 1.3.1.1 beschriebene Modellvariante (reine „Parallelschaltung“ der beiden Mediatoren PMI und IMPORT) mit dem Strukturgleichungsprogramm **Amos** (siehe Baltes-Götz 2015) schätzen, um eine Modellbeurteilung und Empfehlungen zu einer Modellverbesserung zu erhalten.

Amos liefert für die Regressionskoeffizienten dieselben Schätzungen wie SPSS und PROCESS:

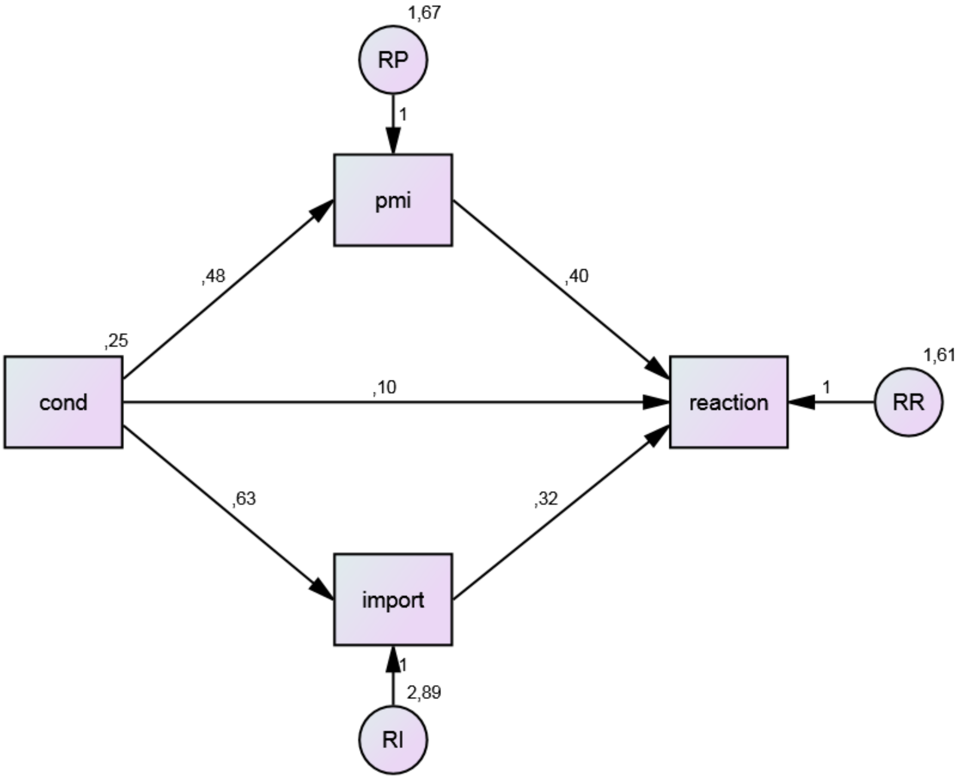


Abbildung 8: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Durch Amos geschätztes Modell mit zwei Mediatoren in Parallelschaltung

Die Modellbeurteilung fällt relativ schlecht aus:

χ^2 = 8,39, *df* = 1, *p* = 0,004
RMSEA = 0,246
CFI = 0,874
SRMR = 0,0858

Über signifikante Modifikationsindikatoren (Wert > 7) empfiehlt Amos, entweder einen Effekt von PMI auf IMPORT oder einen Effekt von IMPORT auf PMI in das Modell aufzunehmen:

Regression Weights: (Group number 1 - Default model)

			M.I.	Par Change
import	<---	pmi	7,843	,328
pmi	<---	import	7,843	,190

Unsere Entscheidung für den zweiten Vorschlag wird durch theoretische Überlegungen klar diktiert.

Im folgenden Modell ist ein kausaler Einfluss des Mediators IMPORT auf den Mediator PMI enthalten:

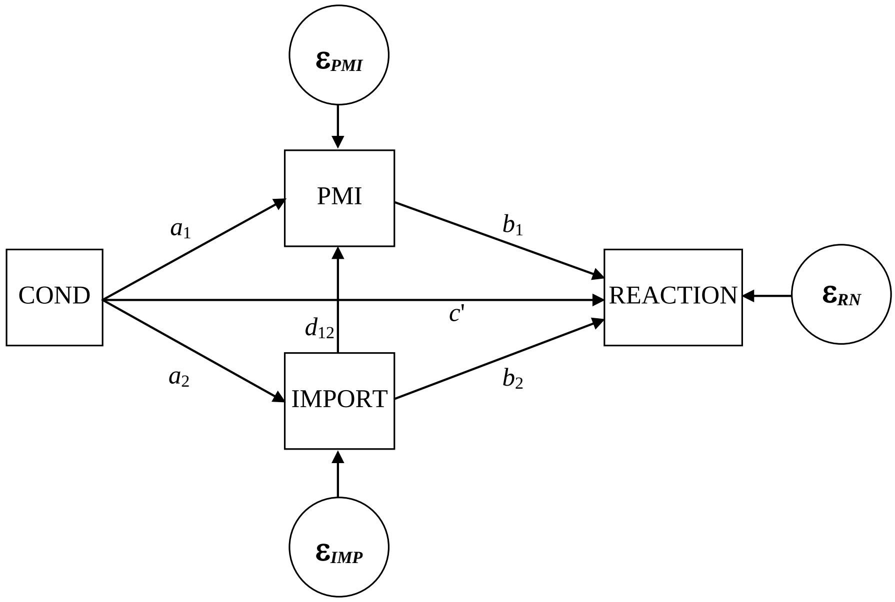


Abbildung 9: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Modellstruktur mit zwei Mediatoren in Parallel- und Serienschaltung

Weil das erweiterte Modell saturiert ist, kann seine Datenanpassung nicht mehr beurteilt werden.

Der totale Effekt c von COND auf REACTION lässt sich nunmehr in den direkten Effekt c' und *drei* indirekte Effekte zerlegen:

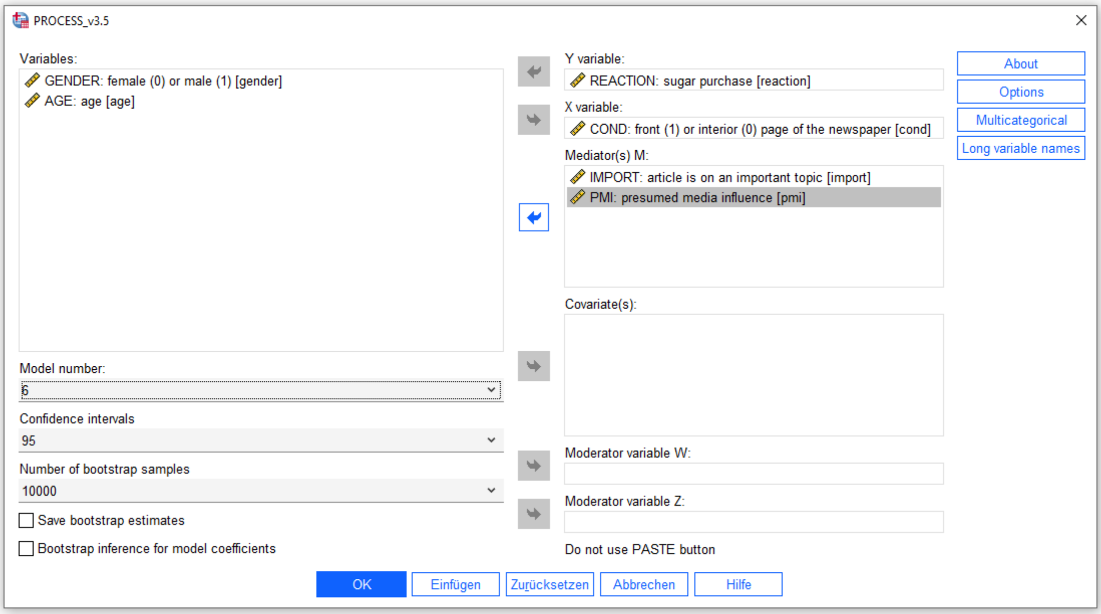
$$c = c' + a_1b_1 + a_2b_2 + a_2d_{12}b_1$$

Wir verwenden das Makro PROCESS (vgl. Abschnitt 1.2), das die OLS-Schätzer zu den drei Regressionsgleichungen liefert (auf Wunsch mit Heteroskedastizitäts-konsistenten Standardfehlern) und außerdem Mediations-spezifische Zusatzergebnisse (z. B. Bootstrap-basierte Signifikanztests zu den indirekten Effekten).

Nach der in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Installation lässt sich mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

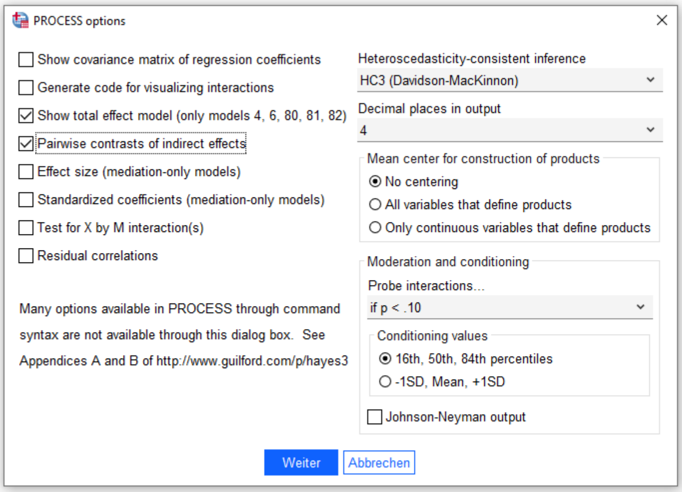
der PROCESS-Dialog öffnen:



Spezifizieren Sie folgendermaßen das erweiterte Modell:

- Verwenden Sie REACTION als **Y variable**.
- Verwenden Sie COND als **X variable**.
- Verwenden Sie IMORT und PMI (in dieser Reihenfolge!) als **Mediator(s) M**. Während die Reihenfolge im Modell mit parallelen Mediationspfaden irrelevant war, definiert sie nun die kausale Anordnung der Mediatoren.
- Wählen Sie **6** als **Model number**.
- Erhöhen Sie die Anzahl der **bootstrap samples** auf 10.000.

Öffnen Sie den **Options**-Dialog mit dem gleichnamigen Schalter,



und fordern Sie die folgenden zusätzlichen Leistungen an:

- **Show total effect model (only models 4, 6, 80, 81, 82)**
- **Pairwise contrasts of indirect effects**
  Aufgrund dieser Anforderung vergleicht PROCESS paarweise die indirekten Effekte.
- **Heteroscedasticity-consistent inference**
  Auch in der der Regression von REACTION auf COND, PMI und IMPORT spricht der Test von Breusch & Pagan für heterogene Residualvarianzen (vgl. Abschnitt 1.1.4.3.2).

Das folgende Kommando führt dieselbe Analyse aus, die wir eben durch Dialogboxen angefordert haben, und sorgt außerdem durch einen Startwert des Pseudozufallsgenerators für reproduzierbare Bootstrap-Ergebnisse:[1]

```
process y=reaction /x=cond  /m=import pmi /model=6
  /total=1 /boot=10000 /hc=3 /contrast=1 /seed=1.
```

Im Vergleich zu dem in Abschnitt 1.3.1.2 für ein Modell mit parallelen Mediationspfaden benutzen Kommando sind folgende Änderungen erforderlich:

- Durch den **MODEL**-Wert 6 wird ein Modell mit *serieller* Mediation angefordert.
- Die Reihenfolge der **M**-Variablen wurde geändert (IMPORT vor PMI), weil sie im Model 6 die kausale Anordnung festlegt.
- Das Subkommando **NORMAL** ist entfallen.

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

Der Sobel-Test ist bei Modellen mit seriellen Mediation nicht verfügbar, was nach den bisherigen Begründungen und Erfahrungen mit Normalverteilungs-basierten Tests für indirekte Effekte keine nennenswerte Einschränkung darstellt.

Bei den folgenden Partialmodellen (Regressionsgleichungen) hat sich nichts geändert im Vergleich zum Modell mit parallelen Mediatoren:

- Regression von IMPORT auf COND
- Regression von REACTION auf COND, PMI und IMPORT

Damit sind insbesondere der direkte Effekt von COND auf REACTION sowie der indirekte Effekt von COND auf REACTION über IMPORT von der letzten Modellveränderung nicht betroffen.

In der Regression vom PMI auf COND und IMPORT verfehlt COND die Signifikanzgrenze (p = 0,1395), während IMPORT ein signifikantes Regressionsgewicht besitzt (p = 0,0155):

```
OUTCOME VARIABLE:
 pmi

Model Summary
          R       R-sq        MSE     F(HC3)        df1        df2          p
      ,3114      ,0970     1,6027     5,1903     2,0000   120,0000      ,0069

Model
              coeff    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
constant     4,6104      ,3995    11,5404      ,0000     3,8194     5,4014
cond          ,3536      ,2377     1,4874      ,1395     -,1171      ,8242
import        ,1961      ,0799     2,4559      ,0155      ,0380      ,3543
```

Wenn die subjektive Bedeutung der Zuckerverknappung statistisch konstant gehalten wird, hat COND keinen Effekt mehr auf PMI. Allerdings hat COND einen indirekten Effekt auf PMI über IMPORT.[1]

Im folgenden Pfaddiagramm sind die geschätzten Regressionskoeffizienten mit eingeklammerten zweiseitigen Überschreitungswahrscheinlichkeiten zu sehen:

[1] Um zu diesem speziellen indirekten Effekt von PROCESS einen Bootstrap-basierten Signifikanztest zu erhalten, ist eine Mediationsanalyse mit dem Kriterium PMI, dem Regressor COND und dem Mediator IMPORT anzufordern. Dabei werden der totale Effekt von COND auf PMI sowie der indirekte Effekt über IMPORT (in zweiseitigen Tests) signifikant:

```
Total effect of X on Y
     Effect    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI
      ,4765      ,2369     2,0115      ,0465      ,0075      ,9455

Indirect effect(s) of X on Y:
           Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
import      ,1229      ,0847      ,0012      ,3302
```

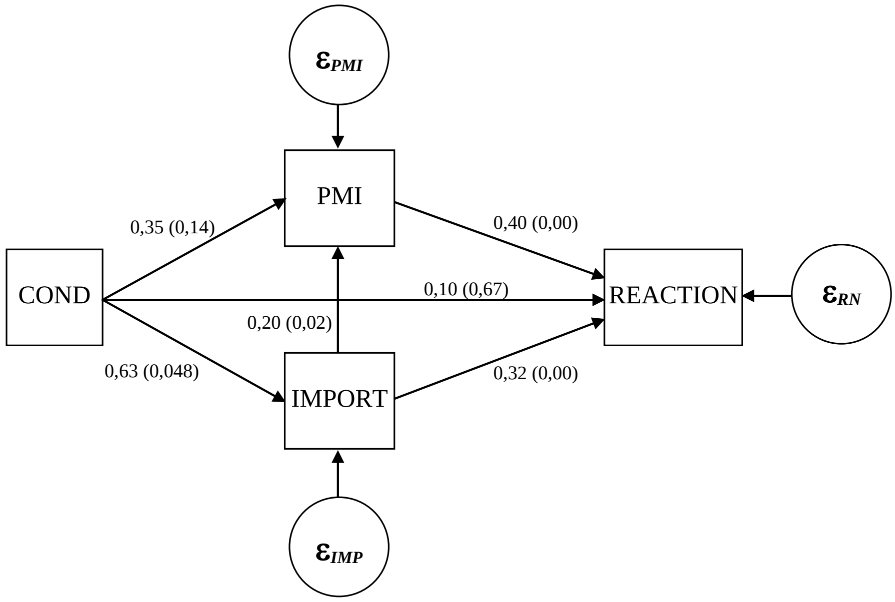


Abbildung 10: Artikelplatzierung und Hamsterverhalten. Geschätztes Modell mit zwei Mediatoren in Parallel- und Serienschaltung

PROCESS liefert Bootstrap-basierte Signifikanztests, welche die drei indirekten Effekte von COND auf REACTION mit dem Wert 0 sowie untereinander vergleichen:

```
Indirect effect(s) of X on Y:
          Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
TOTAL      ,3923      ,1639      ,0907      ,7320
Ind1       ,2033      ,1147      ,0054      ,4605
Ind2       ,1402      ,0998     -,0404      ,3508
Ind3       ,0488      ,0360      ,0002      ,1390
(C1)       ,0631      ,1578     -,2401      ,3883
(C2)       ,1546      ,0990     -,0023      ,3823
(C3)       ,0915      ,1081     -,1193      ,3091

Specific indirect effect contrast definition(s):
(C1)          Ind1      minus   Ind2
(C2)          Ind1      minus   Ind3
(C3)          Ind2      minus   Ind3

Indirect effect key:
Ind1 cond        ->    import      ->    reaction
Ind2 cond        ->    pmi         ->    reaction
Ind3 cond        ->    import      ->    pmi         ->    reaction
```

Die folgenden speziellen indirekten Effekte von COND auf REACTION werden als signifikant beurteilt (Wert 0 außerhalb des Bootstrap-Vertrauensintervalls):

- COND → IMPORT → REACTION
- COND → IMPORT → PMI → REACTION

Wie aufgrund der Einzelstreckenbeurteilungen zu erwarten, wird der von PROCESS als `Ind2` bezeichnete indirekte Effekt von COND auf REACTION über PMI *nicht* signifikant (Vertrauensintervall [-0,0404; 0,3508]). Es sei noch einmal daran erinnert, dass nach der Überzeugung von Hayes (2018) ein indirekter Effekt *nicht* aufgrund von separaten t-Tests für die Einzelstrecken auf dem Mediationspfad beurteilt werden darf (vgl. Abschnitt 1.1.6). Allerdings befand sich die Einzelstreckenmethode bei den bisherigen Beispielen nie im Widerspruch zur Bootstrap-Bewertung des indirekten Effekts.

Für die Kontraste zwischen den drei indirekten Effekten von COND auf REACTION liefern die Bootstrap-Vertrauensintervalle kein signifikantes zweiseitiges Testergebnis, wobei der Vergleich zwischen dem Pfad COND → IMPORT → REACTION und dem längeren Pfad COND → IMPORT → PMI → REACTION nur knapp an der Signifikanz vorbeigeschrammt ist.[1]

1.4 Kontrollvariablen

Mit einem Mediationsmodell ist in der Regel ein kausaler Erklärungsanspruch verbunden. Wenn man X experimentell manipuliert und die Fälle zufällig den Bedingungen zuweist, ist im einfachen Mediationsmodell gemäß Abschnitt 1.1.1 die kausale Interpretierbarkeit (Unverzerrtheit) gesichert für:

- den Effekt von X auf den Mediator M
- den totalen Effekt von X auf das Kriterium Y

Beim Effekt des Mediators auf das Kriterium bleibt man trotz Experimentaltechnik darauf angewiesen, dass alternative Erklärungen unplausibel gemacht werden können. Dies kann geschehen ...

- durch die statistische Kontrolle von Kausalitätskonkurrenten
  Um Kontrollvariablen in ein Mediationsmodell aufnehmen zu können, muss man sie natürlich bei der Untersuchungsplanung berücksichtigt und erfasst haben.
- durch theoretische Argumente

In einer reinen Beobachtungsstudie müssen auch für den Effekt von X auf M sowie für den totalen Effekt von X auf Y alternative Deutungen durch statistische oder theoretische Argumente unplausibel gemacht werden.

In Abschnitt 1.3.1 über parallele Mediationspfade ging es auch um die Frage, wie sich falsche Erklärungen für den totalen Effekt von X auf Y durch scheinbare Mediatoren entlarven lassen, indem alternative Mediatoren in das Modell aufgenommen werden.

Im aktuellen Abschnitt geht es um Kontrollvariablen, die keinen Effekt von einer Modellvariablen erhalten, aber potentiell auf das Kriterium und auf den Mediator einwirken. Kontrollvariablen einzubeziehen, kann auf die primär interessierenden Pfadgewichte im Modell u.a. die beiden folgenden Effekte haben:

- Aufdeckung von Scheineffekten
  In diesem Fall helfen die Kontrollvariablen, falsche Kausalinterpretationen zu vermeiden.
- Verbesserte Signifikanzbeurteilung durch die Verringerung der Fehlervarianz
  In diesem Fall helfen die Kontrollvariablen, die primär interessierenden Effekthypothesen zu bestätigen.

Durch die Aufnahme vom Kontrollvariablen C_1, C_2, ..., C_k in das einfache Mediationsmodell gehen die Gleichungen (1) und (2) über in:

$$M = i_1 + \alpha X + \sum_{j=1}^{k} \delta_j C_j + \varepsilon_M \qquad (6)$$

$$Y = i_2 + \gamma' X + \beta M + \sum_{j=1}^{k} \tau_j C_j + \varepsilon_Y \qquad (7)$$

[1] Wenn zu den Kontrasten zwischen den drei indirekten Effekten vor der Datenerhebung keine Hypothesen vorlagen, kommt eine einseitige Testung *nicht* in Frage.

Nach wie vor bezeichnet man ...

- γ' als den direkten Effekt von *X* auf *Y*
- $\alpha\beta$ als den von *M* vermittelten indirekten Effekt von *X* auf *Y*
- und die Summe $\gamma' + \alpha\beta$ als den totalen Effekt von *X* auf *Y*.

Unser Standardbeispiel (Einfluss der Platzierung eines Zeitungsartikels über Zuckerknappheit auf die Zuckerbeschaffung) ist zur Demonstration von Scheineffekten des Regressors *X* wegen der hier realisierten experimentellen Manipulation des Regressors nicht geeignet. Daher verwenden wir Simulationsdaten, die in der Datei **medkon.sav** an der im Vorwort genannten Stelle im Ordner **Mediation** zu finden sind. In der simulierten Welt werden *X*, *M* und *Y* von einer Variablen *C* beeinflusst, während *X* weder einen direkten, noch einen von *M* vermittelten indirekten Effekt auf *Y* ausübt:

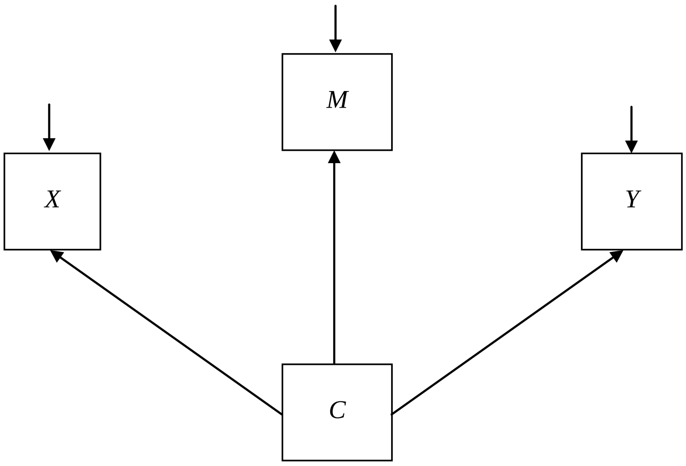


Abbildung 11: In der simulierten Welt sind von *C* ausgehende Effekte für alle statistischen Assoziationen verantwortlich.

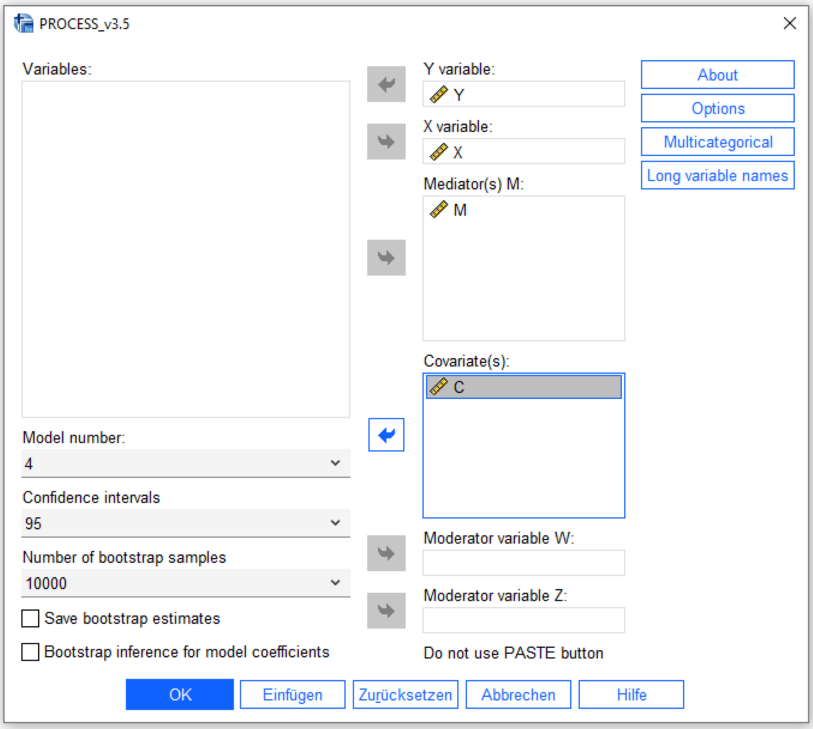
Lässt man mit PROCESS ein einfaches, also fehlspezifiziertes Mediationsmodell ohne die Kontrollvariable *C* schätzen, erhält man u.a. einen signifikanten indirekten Effekt von *X* auf *Y* auf dem Pfad über *M*:

```
Indirect effect(s) of X on Y:
      Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
M      ,1753      ,0354      ,1092      ,2482
```

Um das Mediationsmodell *inklusive Kontrollvariable* von PROCESS schätzen und testen zu lassen, öffnen wir mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

den PROCESS-Dialog:



Spezifizieren Sie folgendermaßen das erweiterte Modell *mit* der Kontrollvariablen *C*:

- Verwenden Sie die Variablen *X*, *M* und *Y* in der jeweils naheliegenden Rolle.
- Verwenden Sie die Variable *C* als **Covariate**. Per Voreinstellung wird die Kovariate in das Modell für den Mediator *und* in das Modell für das Kriterium aufgenommen.[1]
- Wählen Sie **4** als **Model number**.
- Erhöhen Sie die Anzahl der **bootstrap samples** auf 10.000.

Das folgende Kommando führt dieselbe Analyse aus, die wir eben per Dialogbox spezifiziert haben, und sorgt außerdem durch einen Startwert des Pseudozufallsgenerators für reproduzierbare Bootstrap-Ergebnisse:[2]

```
process y=Y /x=X /m=M /cov=C /model=4 /boot=10000 /seed=1.
```

Mit der Kontrollvariablen in den beiden Regressionsgleichungen treten keine Scheineffekte auf, sodass z. B. der indirekte Effekt von *Y* auf *Y* über *M* *nicht* als signifikant beurteilt wird:

```
Indirect effect(s) of X on Y:
      Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
M     -,0041      ,0073     -,0207      ,0101
```

1.5 Effektstärkemaße

Bislang haben wir zu den Parametern α, β, γ und γ' im einfachen Mediationsmodell sowie zu den Stichprobenschätzungen *a*, *b*, *c* und *c*' die *unstandardisierten* Varianten betrachtet. Diese erlauben durchaus eine praktisch und theoretisch relevante Beurteilung von Effektstärken, sofern die beteiligten Variablen über bedeut-

[1] Die (selten erforderliche) Änderung dieser Voreinstellung ist möglich über das Subkommando `covmy` (siehe Hayes 2018, S. 560).

[2] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

same Maßeinheiten verfügen. In einem Mediationsmodell zur Erklärung des systolischen Blutdrucks durch den Regressor Lebensalter und den Mediator Körpergewicht ist z. B. von Interesse, ...

- welche durchschnittliche Gewichtszunahme (gemessen in kg) mit einer Alterung um ein Jahr verbunden ist,
- welcher systolische Blutdruckanstieg (gemessen in mmHg) mit einer Alterung um ein Jahr bzw. mit einer Gewichtszunahme um ein kg verbunden ist.

Auch beim *indirekten* Effekt, der als Produkt $\alpha\beta$ definiert ist, erlauben Variablen mit realen Maßeinheiten eine praktisch und theoretisch relevante Beurteilung der Effektstärke. Es ist z. B. von großem Interesse, welcher systolische Blutdruckanstieg (gemessen in mmHg) ein Jahr Alterszunahme durch Vermittlung über die Gewichtszunahme erwartungsgemäß zur Folge hat. Für die Interpretierbarkeit einer *indirekten* Effektstärke über unstandardisierte Koeffizienten spielt die Maßeinheit des *Mediators* übrigens keine Rolle.

In den Sozialwissenschaften dominiert allerdings die einheitsfreie Messung (z. B. bei der Kriteriumsvariablen REACTION in dem von Hayes (2018) übernommenen Standardbeispiel), so dass die Höhe von unstandardisierten Regressionskoeffizienten nur wenig Auskunft über die direkten bzw. indirekten Effektstärken gibt.

Für die Koeffizienten in linearen Regressionsmodellen haben sich Effektstärkebegriffe etabliert (z. B. das partielle Eta-Quadrat), die auch bei einheitsfreier Messung anwendbar sind (siehe z. B. Baltes-Götz 2019; vgl. Abschnitt 1.1.7). Diese Begriffe lassen sich allerdings nicht auf *indirekte* Effekte übertragen.

1.5.1 Maße für die Stärke eines indirekten Effekts

Es sind viele Vorschläge für die Beurteilung von indirekten Effekten gemacht worden (siehe Preacher & Kelley 2011; Hayes 2018, 132ff). Einige davon werden heute überwiegend skeptisch beurteilt, und die PROCESS-Version 3.x berechnet sie im Unterscheid zu früheren Versionen *nicht* mehr, z. B.:

- Quotient aus dem indirekten und dem totalen Effekt
- Quotient aus dem indirekten und dem direkten Effekt
- Anteil des indirekten Effekts an der aufgeklärten Anteil der Kriteriumsvarianz
- Kappa-Quadrat von Preacher & Kelley (2011)

1.5.1.1 Partiell standardisierter Effekt

Für den direkten, für den vom Mediator vermittelten und für den totalen Effekt des Regressors auf das Kriterium wird eine partiell standardisierte Variante definiert, indem der unstandardisierte Schätzwert (*c*', *ab* oder *c*) durch die geschätzte Standardabweichung des Kriteriums dividiert wird:

$$c'_{ps} = \frac{c'}{\hat{\sigma}_Y}$$

$$ab_{ps} = \frac{ab}{\hat{\sigma}_Y}$$

$$c_{ps} = \frac{c}{\hat{\sigma}_Y}$$

Somit wird die durch eine Steigerung des Regressors um *eine* Einheit beim Kriterium entweder direkt oder durch Vermittlung des Mediators oder insgesamt bewirkte Veränderung in Kriteriums-Standardabweichungseinheiten ausgedrückt.

Beim Regressor *keine* Standardisierung vorzunehmen, ist z. B. dann angemessen, wenn der Regressor ein dichotom-kategoriales Messniveau besitzt (wie im Beispiel mit der Medienwirkung), und sich die beiden numerisch kodierten Ausprägungen des Regressors um den Wert 1 unterscheiden. Dann informieren die partiell standardisierten Effekte über Gruppenunterschiede in Kriteriums-Standardabweichungseinheiten.

1.5.1.2 Vollständig standardisierter Effekt

Wenn die unstandardisierte Schätzung (*c'*, *ab* oder *c*) nicht nur durch die geschätzte Standardabweichung des Kriteriums dividiert, sondern auch mit der geschätzten Standardabweichung des Regressors multipliziert wird, dann resultiert eine vollständig standardisierte Schätzung für den direkten, indirekten oder totalen Effekt:

$$c'_{cs} = c'\frac{\hat{\sigma}_X}{\hat{\sigma}_Y} = c'_{ps}\,\hat{\sigma}_X$$

$$ab_{cs} = ab\frac{\hat{\sigma}_X}{\hat{\sigma}_Y} = ab_{ps}\hat{\sigma}_X$$

$$c_{cs} = c\frac{\hat{\sigma}_X}{\hat{\sigma}_Y} = c_{ps}\hat{\sigma}_X$$

Man erfährt die durch eine Steigerung des Regressors um eine Standardabweichungseinheit beim Kriterium entweder direkt oder durch Vermittlung des Mediators oder insgesamt bewirkte Veränderung in Kriteriums-Standardabweichungseinheiten. c'_{cs} ist gerade das Betagewicht des Regressors in der Regression des Kriteriums auf den Regressor und den Mediator, und ab_{cs} ist das Produkt von zwei Betagewichten:

$$ab_{cs} = a\frac{\hat{\sigma}_X}{\hat{\sigma}_M}\,b\frac{\hat{\sigma}_M}{\hat{\sigma}_Y}$$

In der Standardabweichung einer dichotomen Variablen kommt lediglich die Verteilung auf die beiden Kategorien zum Ausdruck. Bei einer Gleichverteilung resultiert der Maximalwert (= 0,5), bei zunehmender Ungleichverteilung tendiert die Standardabweichung gegen den Wert 0. Berechnet man ab_{cs} für einen dichotomen Regressor, dann geht neben dem theoretisch relevanten Wert ab_{ps} auch die theoretisch irrelevante Verteilung des dichotomen Regressors ein:

$$ab_{cs} = ab_{ps}\hat{\sigma}_X$$

Folglich ist ab_{cs} für einen dichotomen Regressor *nicht* geeignet.

1.5.2 Berechnung mit PROCESS

PROCESS 3.x liefert für metrische Regressoren zur Beurteilung der Effektstärke:

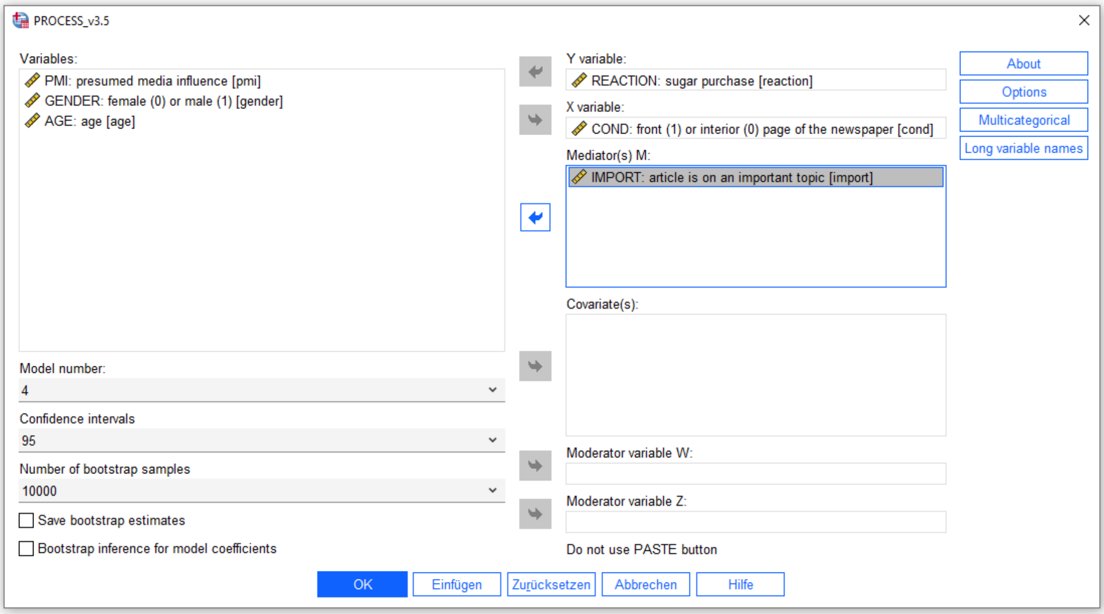
- Partiell und vollständig standardisierte direkte, indirekte und totale Effekte
- Bootstrap-Technik ermittelte Vertrauensintervalle für partiell und vollständig standardisierte indirekte Effekte

Für dichotome Regressoren liefert PROCESS 3.x nur die partiell standardisierten Effekte mit Bootstrap-Vertrauensintervallen.

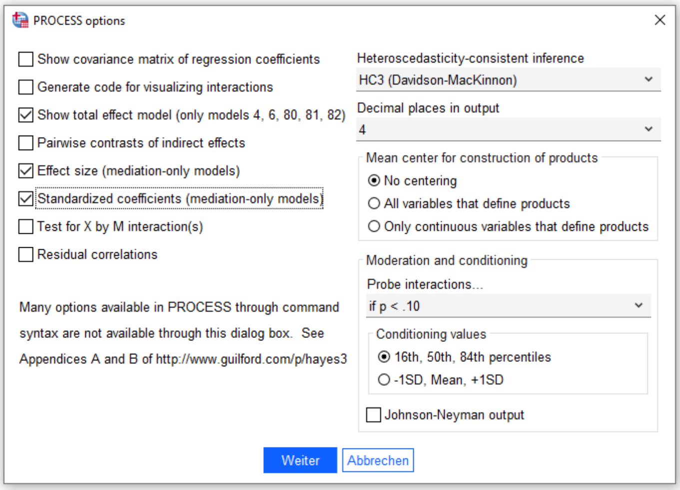
Nach der in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Installation kann man über den Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

den PROCESS-Dialog öffnen, um z. B. das in Abschnitt 1.1 beschriebene einfache Mediationsmodell mit der vermuteten Medienwirkung (Variable PMI) als Mediator für den Effekt der Artikel-Platzierung (Variable COND) auf das Hamstern von Zucker (Variable REACTION) zu beschreiben:



Im **Options**-Subdialog wird die Berechnung von Effektstärkemaßen und von standardisieren Koeffizienten angeboten:



Im PROCESS-Kommando fordert man die Effektstärkemaße über das Subkommando `effsize=1` und die standardisierten Koeffizienten über das Kommando `seed=1` an, z. B.:[1]

```
process y=reaction /x=cond /m=pmi /model=4 /total=1 /boot=10000
  /hc3=1 /effsize=1 /stand=1 /seed=1.
```

Für das Medienbeispiel kommt von den im Abschnitt 1.5.1 diskutierten Effektstärkemaßen für den indirekten Effekt nur die partiell standardisierte Variante ab_{ps} in Frage. PROCESS liefert den Schätzwert 0,16 und ein zweiseitiges Bootstrap-Vertrauensintervall:

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
Total effect of X on Y
     Effect    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI       c_ps
      ,4957      ,2782     1,7818      ,0773     -,0551     1,0465      ,3197

Direct effect of X on Y
     Effect    se(HC3)          t          p       LLCI       ULCI      c'_ps
      ,2544      ,2598      ,9790      ,3296     -,2601      ,7688      ,1641

Indirect effect(s) of X on Y:
        Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
pmi      ,2413      ,1297      ,0135      ,5186

Partially standardized indirect effect(s) of X on Y:
        Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
pmi      ,1557      ,0825      ,0087      ,3310
```

2 Moderation

Bei der *Mediatoranalyse* geht es um vermittelnde Prozesse, die durch eine Veränderung eines Regressors X angestoßen werden und im Ergebnis zu einer Veränderung eines Kriteriums Y führen. Anlass für eine *Moderatoranalyse* ist die Beobachtung, dass der bei Veränderung eines Regressors X zu erwartende Effekt auf ein Kriterium Y beeinflusst (moderiert) wird durch Person und/oder Situationsmerkmale.

2.1 Einleitung

Im Modell der multiplen linearen Regressionsanalyse zur Erklärung einer abhängigen Variablen Y (Kriterium) durch die unabhängigen Variablen $X_1, ..., X_k$ (Regressoren)

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_k X_k + \varepsilon \tag{8}$$

wird z. B. für den Regressor X_1 behauptet, dass eine Steigerung seiner Ausprägung um den Wert 1, also der Übergang von einem Fall mit dem X_1 - Wert u zu einem Fall mit dem X_1 - Wert $(u + 1)$, die Erwartung für das Kriterium Y um den Wert β_1 erhöht, wenn alle anderen Regressoren konstant bleiben. Dabei spielt es *keine* Rolle, auf welchen Werten die anderen Regressoren konstant gehalten werden.

Dies zeigt die folgende Darstellung der Prognosen

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

eines Modells mit zwei metrischen Prädiktoren X_1 und X_2:

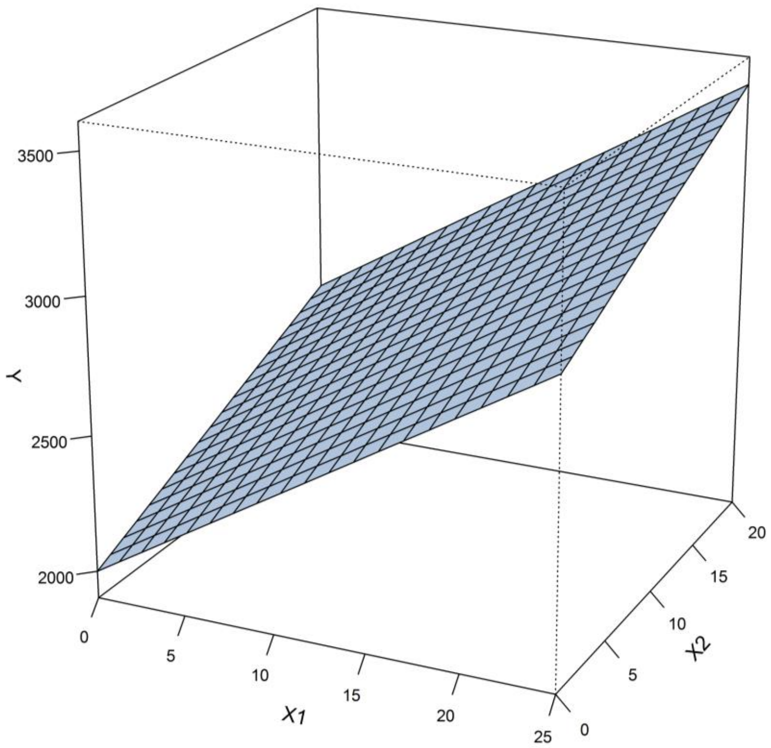


Abbildung 12: Modellprognosen in der linearen Regression von Y auf X_1 und X_2

Die Modellarchitektur ist *linear und additiv in den Koeffizienten* $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k$, jedoch nicht unbedingt in den unabhängigen Variablen. Um z. B. den quadratischen Effekt einer X-Variablen auf das Kriterium zu modellieren, muss man lediglich die quadrierte Variante der X-Variablen zusätzlich in das Modell aufnehmen:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

Auf analoge Weise lassen sich viele scheinbar nicht-lineare Modelle linearisieren.[1]

Wie kann man aber im Rahmen der multiplen linearen Regression z. B. einen **Interaktionseffekt** von zwei metrischen Regressoren auf ein metrisches Kriterium modellieren? In diesem Modell hängt der Effekt des ersten Regressors auf das Kriterium davon ab, welche Ausprägung der zweite Regressor annimmt. Es besitzt (im Unterschied zu dem in Abbildung 12 dargestellten Modell) eine „verbogene" Reaktionsoberfläche, wie sie z. B. auf der Titelseite dieses Manuskripts zu sehen ist. Gleich wird erläutert, wie man im Rahmen der multiplen linearen Regression auf einfache Weise einen Interaktionseffekt modellieren kann.

2.1.1 Beispiel

In einem fiktiven Forschungsprojekt (Stichprobengröße $N = 400$) soll untersucht werden, wovon das Gehalt der Mitarbeiter eines Unternehmens abhängt (Variable GEHALT).[2] Als Regressoren sollen in das Modell einbezogen werden:

- Eignung für die ausgeübte Tätigkeit (Variable EIGNUNG)
  Zur Operationalisierung wird ein vor der Einstellung durchgeführter Eignungstest herangezogen.
- Dienstalter (Variable DALTER)
  Wie lange arbeitet die oder der Beschäftigte schon im Unternehmen?

Für die Variable EIGNUNG soll Intervallskalenqualität angenommen werden, bei den Variablen GEHALT und DALTER ist diese Voraussetzung zweifellos erfüllt.

Es ist davon auszugehen, dass die Leistungsfähigkeit eines Mitarbeiters umso stärker mit der Dienstzeit (Erfahrung) zunimmt, je geeigneter er für seinen Beruf ist. Da im fiktiven Unternehmen die Bezahlung leistungsorientiert erfolgt, sollten die beiden Regressoren EIGNUNG und DALTER in folgender Weise in Hinblick auf die abhängige Variable GEHALT interagieren:

> Das Gehalt steigt umso stärker mit dem Dienstalter an, je geeigneter ein Mitarbeiter ist.

Wir haben es mit einem **Interaktionseffekt** von DALTER und EIGNUNG auf GEHALT zu tun. Man sagt auch: Der Effekt von DALTER auf GEHALT wird durch die Variable EIGNUNG **moderiert**. Variablen mit solcher Wirkung werden oft als **Moderatorvariablen** bezeichnet. In einem *konzeptionellen Pfaddiagramm* im Sinn von Hayes (2018, S. 19ff) wird die Situation folgendermaßen dargestellt:

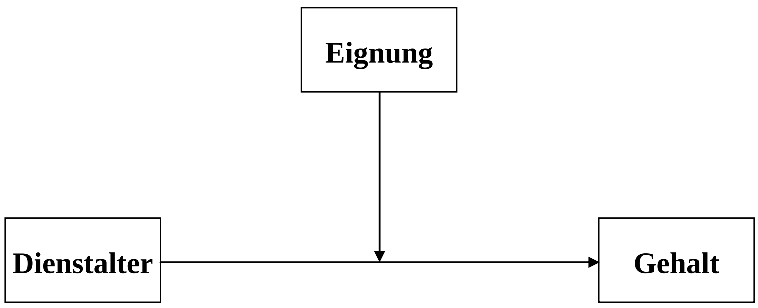


Abbildung 13: Das konzeptionelle Pfaddiagramm zeigt einen durch Eignung moderierten Effekt von Dienstalter auf das Gehalt

---

[1] Manche Modelle sind allerdings genuin nicht-linear in den Koeffizienten, lassen sich also *nicht* linearisieren, z. B. das *logistische Wachstumsmodell* (siehe Baltes-Götz 1998):

$$Y = \frac{\beta_1}{1 + \exp(\beta_2 - \beta_3 X)} + \varepsilon$$

[2] An der im Vorwort vereinbarten Stelle finden Sie im Ordner **Moderation** die SPSS-Datendatei **gehalt.sav** mit den simulierten Daten sowie die Datei **gehalt.sps** mit der generierenden Syntax.

Man kann den Sachverhalt aber auch so beschreiben, dass der Effekt von EIGNUNG auf GEHALT durch DALTER moderiert wird. Je nach konkreter Situation drängt sich eine bestimmte Verteilung der Rollen *Regressor* und *Moderator* auf die beiden beteiligten Variablen mehr oder weniger auf. Es wird sich aber gleich zeigen, dass Regressor und Moderator im zu entwickelnden statistischen Modell perfekt *symmetrisch* agieren.[1]

2.1.2 Bedeutung von Interaktionseffekten

Interaktionseffekte sind keinesfalls exotisch, sondern „at the very heart of theory testing in the social sciences“ (Cohen et al. 2003, S. 255). Aguinis (2002) stellt für die Organisationspsychologie fest, dass praktisch jede signifikante Theorie Interaktionseffekte enthält.

In der **Varianzanalyse** werden Interaktionseffekte ganz selbstverständlich und routinemäßig untersucht. Allerdings ist diese Methode am ehesten für *Faktoren* geeignet, also für ...

- diskret verteilte (in wenigen Ausprägungen vorliegende) unabhängige Variablen
- mit nominalem oder ordinalem Messniveau.

Im folgenden Beispiel geht es darum, wie Düngemittel (kategorialer Regressor mit zwei Ausprägungen) bei verschiedenen Grassorten (kategorialer Moderator mit zwei Ausprägungen) das Längenwachstum (Kriterium) beeinflussen:

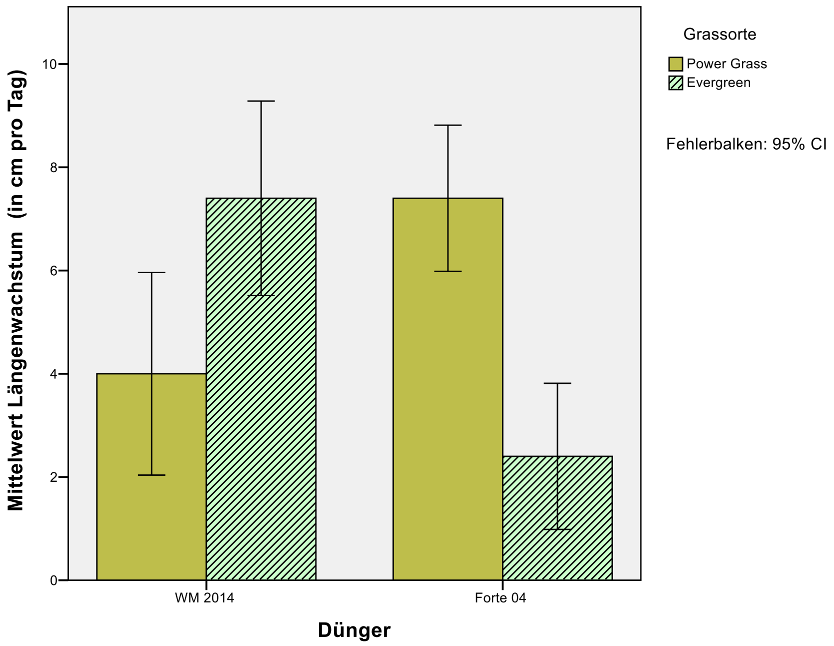


Abbildung 14: Wechselwirkung zwischen den Faktoren (kategorialen Variablen) Grassorte und Dünger in Bezug auf das Längenwachstum von Gras

Während bei der Grassorte *Power Grass* der Dünger *Forte 04* überlegen ist, hat bei Gras der Sorte *Evergreen* der Dünger *WM 2014* den besseren Effekt. Es hängt also von der Grassorte ab, welcher Dünger das bessere Längenwachstum bewirkt.

In Unternehmensbeispiel besitzen die Prädiktoren (der Regressor und der Moderator) Intervallskalenqualität und sind in zahlreichen Ausprägungen beobachtet worden. In manchen Forschungsprojekten fehlt offenbar die in diesem Kurs vorzustellende Methodologie zur Analyse von Interaktionseffekten mit Be-

[1] Um den terminologischen Aufwand gering zu halten, werden wir in Modellen mit zwei interagierenden Prädiktoren den Begriff *Regressor* nur auf diejenige unabhängige Variable anwenden, deren bedingte Effekte für bestimmte Werte des Moderators betrachtet werden. Um den Regressor und den Moderator gemeinsam anzusprechen, wird die Bezeichnung *Prädiktoren* verwendet.

teiligung *intervallskalierter* Prädiktoren, so dass eine von den beiden folgenden suboptimalen Vorgehensweisen gewählt wird (vgl. Aiken & West 1991):

- **Interaktion ignorieren**
  In unserem Beispiel aus Abschnitt 2.1.1 wird also das folgende, vermutlich falsche Modell angesetzt:
  GEHALT = $\beta_0 + \beta_1$ DALTER + β_2 EIGNUNG + Fehler
  In Abhängigkeit vom Typ der ignorierten Interaktion resultieren auf diese Weise mehr oder weniger sinnlose Effektschätzungen.
- **Künstliche Kategorisierung** (z. B. Median-Dichotomisierung) der Prädiktoren, um eine Varianzanalyse rechnen zu können
  Diese nach den Beobachtungen von Frazier et al. (2004, S. 117) sehr verbreitete „Methode“ ist das etwas kleinere Übel. Man reduziert den Informationsgehalt und handelt sich, je nach Modell unterschiedlich ausgeprägte Verluste bei der Teststärke (Power) ein, indem man:
    - die Fehlervarianz erhöht
    - und/oder Freiheitsgrade verschwendet (bei Verwendung von mehr als zwei Kategorien).

  Außerdem hängen die Ergebnisse von den letztlich willkürlichen Entscheidungen bei den künstlichen Kategorisierungen der Prädiktoren ab.

Wir beschäftigen uns in Abschnitt 2.2 ausführlich damit, wie man die Interaktion von zwei metrischen Prädiktoren im sogenannten **bilinearen Interaktionsmodell** über einen **Produktterm** in das Modell der multiplen Regression aufnimmt. Es wird gezeigt, wie die Interaktion ...

- getestet,
- grafisch dargestellt
- und durch nachgeschaltete Berechnungen und Tests analysiert werden kann.

In Abschnitt 2.3 werden Alternativen zum bilinearen Interaktionsmodell mit zwei metrischen Prädiktoren behandelt, insbesondere auch die Interaktion zwischen metrischen und kategorialen Prädiktoren.

2.2 Die bilineare Interaktion von zwei metrischen Prädiktoren

Bei der bilinearen Interaktion wird für die bedingten Effekte des Regressors auf das Kriterium, gegeben einen festen Wert des Moderators, eine lineare Form (eine Regressionsgerade) angenommen. Außerdem wird postuliert, dass die Parameter der bedingten Regressionsgeraden vom Moderator im linearen Sinne abhängen. Das Modell der bilinearen Interaktion ist angenehm einfach und in der Anwendungspraxis weit verbreitet.

2.2.1 Modell

Die Interaktion von zwei metrischen Prädiktoren kann mit einem einfachen Kniff modelliert werden, der mit jedem Programm zur multiplen Regression realisierbar ist. Es muss lediglich das **Produkt der interagierenden Variablen als zusätzlicher Regressor** in das Modell aufgenommen werden. In unserem Beispiel mit den beiden interagierenden Prädiktoren DALTER und EIGNUNG ist also das Produkt DALTER · EIGNUNG zu bilden und in das Modell aufzunehmen:

$$\text{GEHALT} = \beta_0 + \beta_1 \text{ DALTER} + \beta_2 \text{ EIGNUNG} + \beta_3 \text{ DALTER} \cdot \text{EIGNUNG} + \text{Fehler} \qquad (9)$$

Wenn wir das Kriterium mit *Y*, den Regressor mit *X* und den Moderator mit *M* bezeichnen, sieht das Modell mit der bilinearen Interaktion übersichtlicher aus:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 XM + \varepsilon \qquad (10)$$

In Abschnitt 2.1.1 war schon das *konzeptionelle Pfaddiagramm* zu unserem Modell zu sehen, das hier der Bequemlichkeit halber mit den Kurzbezeichnungen für die Variablen wiederholt wird:

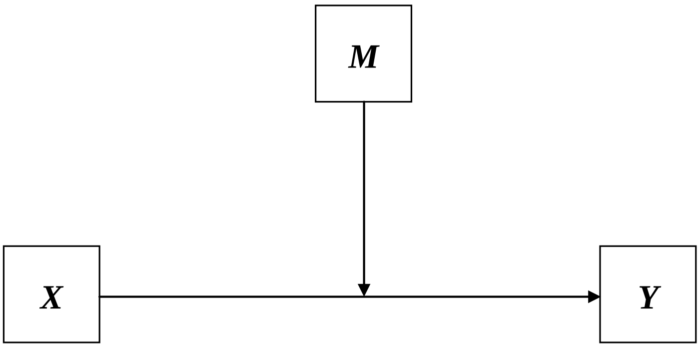


Abbildung 15: *M* moderiert den Effekt von *X* auf *Y* (konzeptionelles Pfaddiagramm)

Als *statistisches Pfaddiagramm* bezeichnet Hayes (2018, S. 19ff) die Darstellung mit *allen* beteiligten Variablen (inklusive Produktterm zur Repräsentation der Interaktion und Residuum zur abhängigen Variablen). Für das Modell der bilinearen Interaktion resultiert:

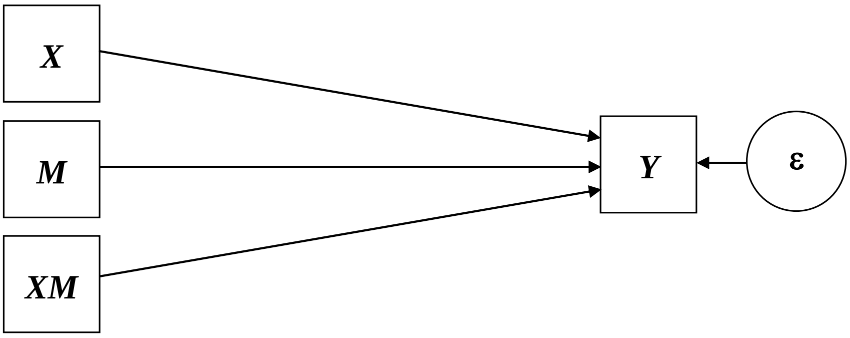


Abbildung 16: Statistisches Pfaddiagramm zur bilinearen Moderation

Durch einfaches Umstellen der rechten Seite von Gleichung (9) erhalten wir die folgende Formulierung:

$$\text{GEHALT} = (\beta_0 + \beta_2 \text{ EIGNUNG}) + (\beta_1 + \beta_3 \text{ EIGNUNG}) \text{ DALTER} + \text{Fehler} \quad (11)$$

Nach der Reformulierung wird offensichtlich, dass unser Modell für jeden festen Eignungswert *m* eine **bedingte lineare Regression** von GEHALT auf DALTER behauptet. Für den bedingten Ordinatenabschnitt $\beta_0^{(m)}$ gilt:

$$\beta_0^{(m)} = \beta_0 + \beta_2 m \quad (12)$$

Für den (meist wichtigeren) bedingten Steigungskoeffizienten (bedingten Effekt) $\beta_1^{(m)}$ erhalten wir:

$$\beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m \quad (13)$$

Weil das Modell (11) für jeden Wert *m* des Moderators eine bedingte *lineare* Regression des Kriteriums auf den Regressor behauptet, wobei die Koeffizienten der bedingten Regressionen wiederum *linear* vom Moderator abhängen, bezeichnet man es als *bilineares Interaktionsmodell*.

Von zentralem Interesse ist bei der bilinearen Interaktion der in Gleichung (13) beschriebene Effekt des Moderators auf die bedingte *Steigung*. Eine bilineare Interaktion der Variablen EIGNUNG und DALTER (in Bezug auf die Variable GEHALT) liegt genau dann vor, wenn die EIGNUNGs-bedingten Steigungskoeffizienten $\beta_1^{(m)}$ *nicht alle gleich* sind, nach Formel (13) also genau dann, wenn in Modell (9) das Regressionsgewicht β_3 des Produktterms von null verschieden ist.

Gleichung (12) besagt, welcher *Ordinatenabschnitt* sich für eine bedingte Regression von GEHALT auf DALTER bei festem Wert von EIGNUNG im bilinearen Modell ergibt. Die bedingten Ordinatenabschnitte unterscheiden sich genau dann, wenn das Regressionsgewicht β_2 aus Modell (9) von null verschieden ist. In diesem Fall wissen wir, dass die bedingten Regressionsgeraden die Y-Achse in verschiedener Höhe passieren. Dies besagt aber nichts über eine *Interaktion* von DALTER und EIGNUNG, sondern kann in *Abwesenheit* einer Interaktion als Haupteffekt der Variablen EIGNUNG interpretiert werden. Gleichung (12) lässt sich offenbar auch aus einem Modell *ohne* Produktterm gewinnen.

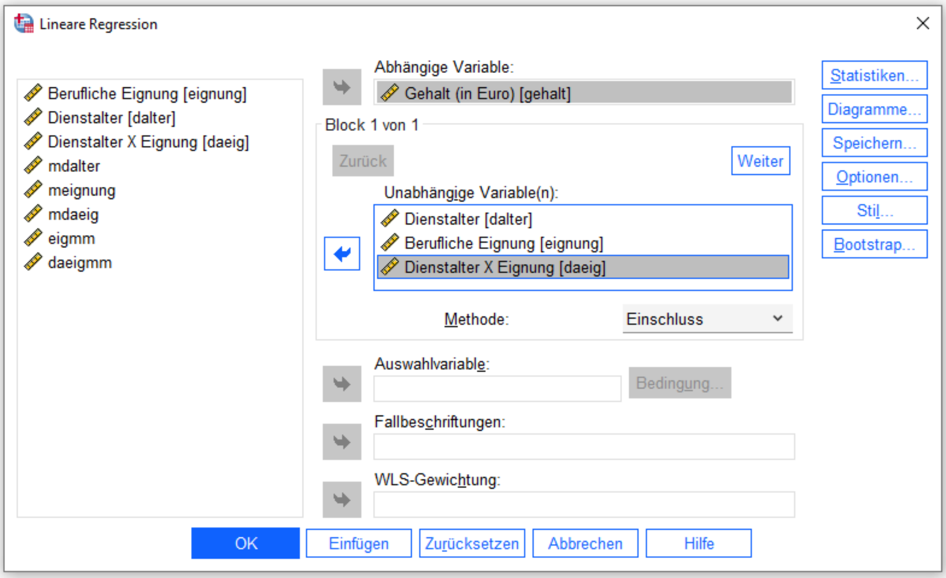
2.2.2 Ergebnisse für das Beispiel

2.2.2.1 Berechnung mit der SPSS-Prozedur REGRESSION

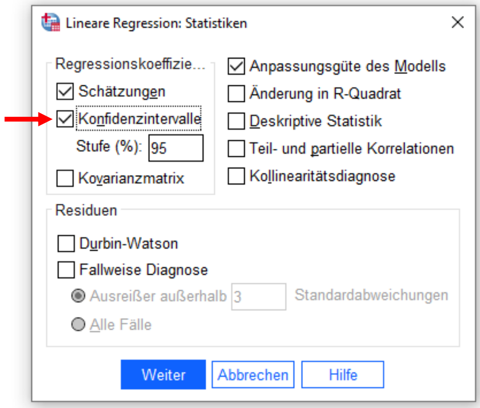
Nun soll die multiple Regression mit einem Produkt- bzw. Interaktionsterm gemäß Gleichung (9) anhand der fiktiven Daten in der SPSS-Datei **gehalt.sav** demonstriert werden, die Sie an der im Vorwort vereinbarten Stelle im Ordner **Moderation** finden. Diese Datei enthält unter dem Namen DAEIG schon die benötigte Produktvariable DALTER · EIGNUNG. In SPSS rufen wir nach dem Öffnen der Datendatei mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > Linear

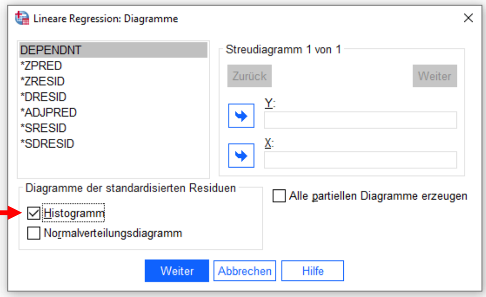
den Dialog zur Prozedur REGRESSION auf und spezifizieren das Modell, in dem wir GEHALT als **abhängige Variable** sowie DALTER, EIGNUNG und DAEIG als **unabhängige Variablen** verwenden:



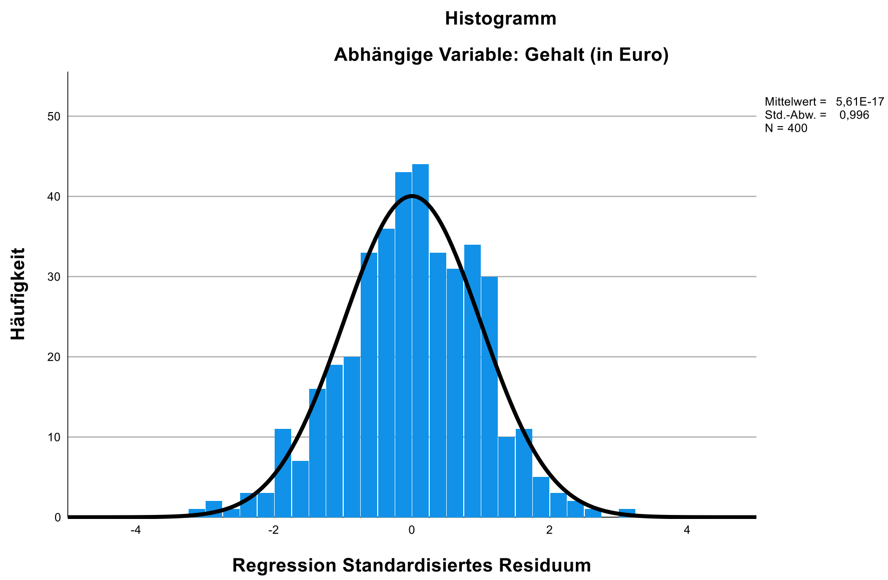
In der **Statistiken** - Subdialogbox verlangen wir über den voreingestellten Ausgabeumfang hinaus noch die Berechnung von Konfidenzintervallen zu den Regressionskoeffizienten:



In der **Diagramme** - Subdialogbox fordern wir ein Histogramm mit den standardisierten Residuen an:



Vor der Interpretation von Schätz- und Testergebnisse sollte man eine Beurteilung der Modellvoraussetzungen vornehmen. Wie bei simulierten Daten nicht anders zu erwarten, sind die Residuen mustergültig normalverteilt:



Damit sind insbesondere keine Ausreißer vorhanden. Die Varianzhomogenität der Residuen werden wir in Abschnitt 2.2.2.2 mit Hilfe des modifizierten Breusch-Pagan-Tests beurteilen, den die SPSS-Prozedur UNIANOVA anbietet.

Wir erhalten die folgenden Schätz- und Testergebnisse:

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,794 [a]	,631	,628	253,88310

a. Einflußvariablen : (Konstante), Dienstalter X Eignung, Berufliche Eignung, Dienstalter

ANOVA[a]

Modell		Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
1	Regression	43638597,209	3	14546199,07	225,674	,000 [b]
	Nicht standardisierte Residuen	25524824,059	396	64456,626		
	Gesamt	69163421,268	399			

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

b. Einflußvariablen : (Konstante), Dienstalter X Eignung, Berufliche Eignung, Dienstalter

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	2184,724	96,959		22,532	,000	1994,105	2375,343
	Dienstalter	-3,418	7,534	-,049	-,454	,650	-18,230	11,393
	Berufliche Eignung	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	-22,732	14,343
	Dienstalter X Eignung	4,529	,701	,855	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Das hohe korrigierte R^2 (0,63) spricht für eine gelungene Anpassung des folgenden Modells:

$$\text{GEHALT} = 2184{,}72 - 3{,}42\ \text{DALTER} - 4{,}19\ \text{EIGNUNG} + 4{,}53\ \text{DALTER} \cdot \text{EIGNUNG} + \text{Fehler} \quad (14)$$

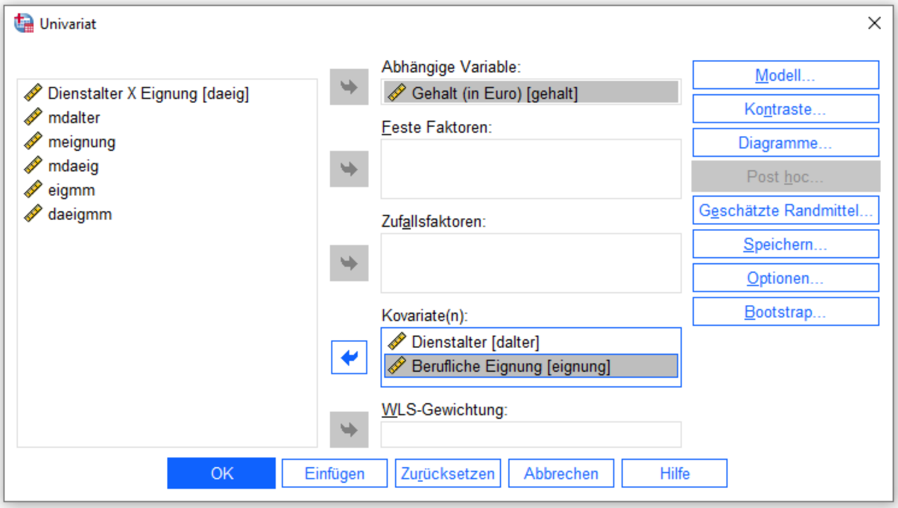
an die Daten. Mit der numerischen und grafischen Veranschaulichung der Schätzergebnisse beschäftigen wir uns in Abschnitt 2.2.3. Vorher wird demonstriert, wie man dieselben Ergebnisse von der SPSS-Prozedur UNIANOVA erhalten kann, ohne eine Variable mit dem Produkt von Regressor und Moderator selbst erstellen zu müssen.

2.2.2.2 Berechnung mit der SPSS-Prozedur UNIANOVA

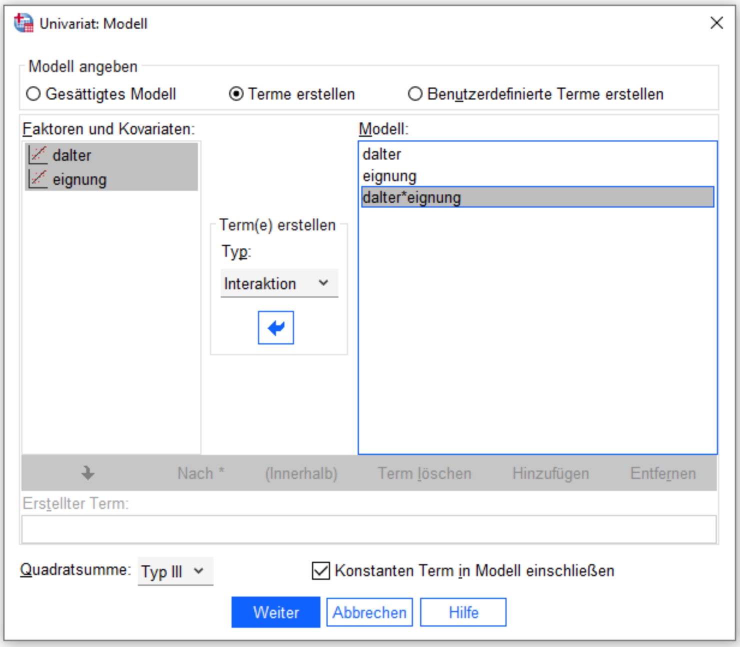
An Stelle der SPSS-Prozedur REGRESSION kann man auch die Prozedur UNIANOVA benutzen und dabei dem Programm die Berechnung der Produktvariablen aus Regressor und Moderator überlassen. Beide Prozeduren verwenden dieselben regressionsanalytischen Algorithmen. Es bestehen einige Unterschiede bei der Modellspezifikation und bei den verfügbaren Ausgaben. In der via

Analysieren > Allgemeines lineares Modell > Univariat

erreichbaren Dialogbox bringen wir die **abhängige Variable** in Position und verwenden den Regressor sowie den Moderator als **Kovariaten**:



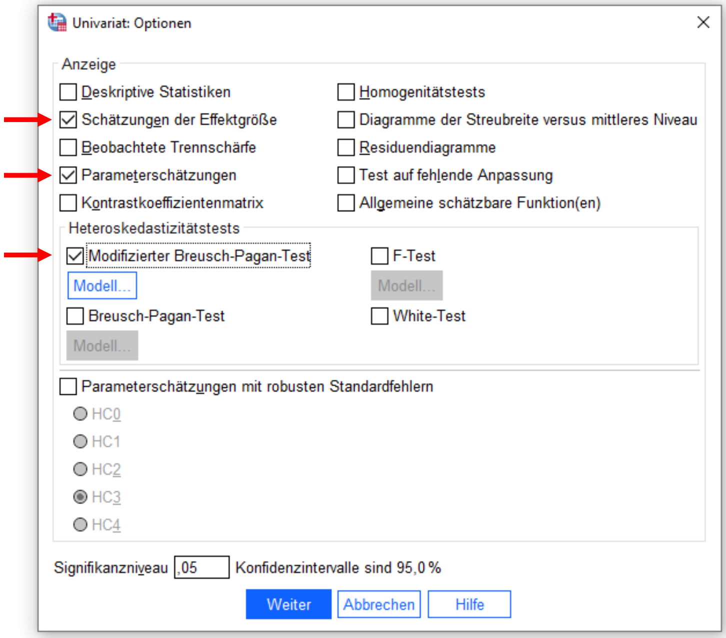
In der **Modell**-Subdialogbox



erstellen wir folgende **Terme**:

- **Haupteffekte** für den Regressor und für den Moderator
- **Interaktion** aus den beiden Prädiktoren.

In der **Optionen**-Subdialogbox fordern wir **Schätzungen der Effektgröße**, **Parameterschätzungen** und den modifizierten **Breusch-Pagan-Test** (zur Beurteilung der Homoskedastizität) an:



In der Ausgabe erscheint u.a. die folgende Tabelle mit Regressionsstatistiken:

Parameterschätzer

Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Parameter	Regressions-koeffizient B	Standardfehler	T	Sig.	95%-Konfidenzintervall Untergrenze	95%-Konfidenzintervall Obergrenze	Partielles Eta-Quadrat
Konstanter Term	2184,724	96,959	22,532	,000	1994,105	2375,343	,562
dalter	-3,418	7,534	-,454	,650	-18,230	11,393	,001
eignung	-4,194	9,429	-,445	,657	-22,732	14,343	,000
dalter * eignung	4,529	,701	6,459	,000	3,151	5,908	,095

Abgesehen von der Spalte mit den partiellen Eta-Quadraten ist die Tabelle identisch mit der **Koeffizienten**-Tabelle, die wir von der Prozedur REGRESSION erhalten haben.

Das Ergebnis des modifizierten Breusch-Pagan-Tests spricht dafür, dass die Nullhypothese varianzhomogener Residuen beibehalten werden kann:

Modifizierter Breusch-Pagan-Test auf Heteroskedastizität[a,b,c]

Chi-Quadrat	df	Sig.
1,619	1	,203

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

b. Testet die Nullhypothese, dass die Fehlervarianz nicht von den Werten der unabhängigen Variablen abhängt.

c. Vorhergesagte Werte aus Design: Konstanter Term + dalter + eignung + dalter * eignung

Für das Modell *ohne* Interaktion fällt der Breusch-Pagan-Test übrigens weniger günstig aus:

Modifizierter Breusch-Pagan-Test auf Heteroskedastizität[a,b,c]

Chi-Quadrat	df	Sig.
3,420	1	,064

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

b. Testet die Nullhypothese, dass die Fehlervarianz nicht von den Werten der unabhängigen Variablen abhängt.

c. Vorhergesagte Werte aus Design: Konstanter Term + dalter + eignung

Eine fragliche Varianzhomogenität der Residuen kann ein Hinweis auf eine vergessene Interaktion sein.

Für die Verwendung der Prozedur UNIANOVA sprechen folgenden Argumente:

- Man muss die Produktvariable aus Regressor und Moderator nicht explizit erstellen.
- Man kann Signifikanztests zur Homoskedastizität und nötigenfalls eine Heteroskedastizitäts-konsistente Inferenzstatistik anfordern (siehe Baltes-Götz 2019).
- Man erhält auf einfache Weise das zur Schätzung der Effektstärke des Produktterms geeignete partielle Eta-Quadrat (vgl. Abschnitt 2.2.5). Die Effektstärken zu den im Produkt enthaltenen Faktoren sind *keine* bedeutsamen Statistiken. Sie ändern sich nämlich, wenn Konstanten zu den Faktoren addiert werden, also bei zulässigen Transformationen für intervallskalierte Variablen (vgl. Abschnitt 2.2.6).

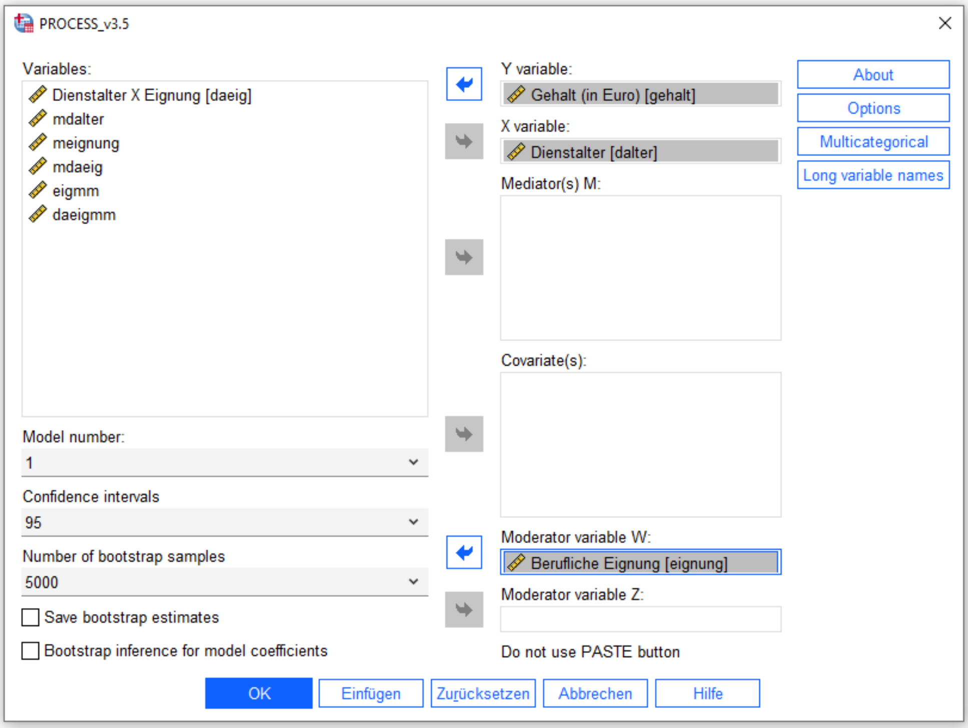
2.2.2.3 Berechnung mit dem SPSS-Makro PROCESS

Das von Andrew Hayes erstellte SPSS-Makro PROCESS unterstützt nicht nur die Mediationsanalyse durch ergänzende Ausgaben auf aktuellem Entwicklungstand der methodologischen Forschung (siehe Abschnitt 1), sondern kann auch die Analyse und die Veranschaulichung einer Moderation unterstützen.

Nach der in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Installation lässt sich mit dem Menübefehl

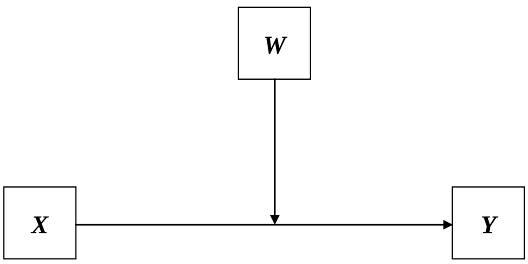
Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

die folgende Dialogbox öffnen:



Spezifizieren Sie folgendermaßen das Modell:

- Verwenden Sie GEHALT als **Y variable**.
- Verwenden Sie DALTER als **X variable**.
- Verwenden Sie EIGNUNG als **Moderator variable W**.
- Übernehmen Sie die **1** als **Model number**, um eine Moderation im Sinne des folgenden konzeptionellen Pfaddiagramms anzufordern:[1]



PROCESS verwendet das in Abschnitt 2.2.1 beschriebene bilineare Interaktionsmodell. Die explizite Berechnung der Produktvariablen aus Regressor und Moderator können wir uns beim Makro PROCESS ebenso sparen wie bei der SPSS-Prozedur UNIANOVA.

Das folgende Kommando führt dieselbe Analyse aus, die wir eben per Dialogbox spezifiziert haben:[1]

[1] Die 92 von PROCESS 3.x unterstützten Modelle werden im Anhang A von Hayes (2018) erläutert.

```
process y=gehalt /x=dalter /w=eignung /model=1.
```

Erläuterungen zu den im Beispiel verwendeten PROCESS-Subkommandos:

- In den Subkommandos **Y**, **X** und **W** gibt man das Kriterium, den Regressor und den Moderator an.
- Das **MODEL**-Subkommando nennt den Analysetyp.

In der PROCESS-Ausgabe finden sich über die auch von SPSS produzierten Schätzergebnissen hinaus u.a. die Steigungskoeffizienten zu den bedingten Regressionen von GEHALT auf DALTER für bestimmte feste Werte von EIGNUNG (Abschnitt: `Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s)`):

```
**************** PROCESS Procedure for SPSS Version 3.5 ******************

          Written by Andrew F. Hayes, Ph.D.       www.afhayes.com
    Documentation available in Hayes (2018). www.guilford.com/p/hayes3

**************************************************************************
Model  : 1
    Y  : gehalt
    X  : dalter
    W  : eignung

Sample
Size:  400

**************************************************************************
OUTCOME VARIABLE:
 gehalt

Model Summary
          R       R-sq        MSE          F        df1        df2          p
      ,7943      ,6309 64456,6264   225,6742     3,0000   396,0000      ,0000

Model
              coeff         se          t          p       LLCI       ULCI
constant  2184,7240    96,9594    22,5324      ,0000  1994,1045  2375,3435
dalter      -3,4184     7,5338     -,4537      ,6503   -18,2296    11,3929
eignung     -4,1944     9,4290     -,4448      ,6567   -22,7316    14,3429
Int_1        4,5292      ,7013     6,4586      ,0000     3,1506     5,9079

Product terms key:
 Int_1    :        dalter   x        eignung

Test(s) of highest order unconditional interaction(s):
       R2-chng          F        df1        df2          p
X*W      ,0389    41,7138     1,0000   396,0000      ,0000
----------
    Focal predict: dalter   (X)
          Mod var: eignung  (W)
```

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s):

    eignung     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
     7,0000    28,2864     3,1728     8,9152      ,0000    22,0487    34,5240
    10,0000    41,8741     2,1931    19,0937      ,0000    37,5626    46,1857
    13,0000    55,4619     2,8991    19,1310      ,0000    49,7624    61,1613

*********************** ANALYSIS NOTES AND ERRORS ************************

Level of confidence for all confidence intervals in output:
  95,0000

W values in conditional tables are the 16th, 50th, and 84th percentiles.
```

Die bedingten Regressionsgleichungen für spezielle Ausprägungen des Moderators werden sich im nächsten Abschnitt als sehr nützlich zur Veranschaulichung einer bilinearen Interaktion erweisen.

2.2.3 Numerische und grafische Veranschaulichung

2.2.3.1 Bedingte Regressionsgeraden berechnen

Wir stellen das bilineare Interaktionsmodell mit den geschätzten Regressionskoeffizienten (siehe Gleichung (14)) so um, dass die Ordinatenabschnitte $b_0^{(m)}$ und die Steigungskoeffizienten $b_1^{(m)}$ aus den bedingten Regressionen von GEHALT auf DALTER für spezielle, feste Werte von EIGNUNG leicht abzulesen sind:

$$\text{GEHALT} = (2184{,}72 - 4{,}19\ \text{EIGNUNG}) + (-3{,}42 + 4{,}53\ \text{EIGNUNG}) \cdot \text{DALTER} + \text{Fehler} \qquad (15)$$

Es ist darüber hinaus sinnvoll, die bedingten Regressionsgleichungen für einige repräsentative Eignungswerte konkret auszurechnen. Bei der Auswahl kann man sich an inhaltlichen Kriterien (z. B. schlechte, mittlere, gute Eignung) oder an statistischen Größen orientieren. PROCESS 3.x berechnet per Voreinstellung die bedingten Regressionsgeraden für das 16., das 50. und das 84. Perzentil des Moderators. Im Vergleich zu den von früheren PROCESS-Versionen bevorzugten Moderatorwerten ($\overline{M} - \hat{\sigma}_M$, $\overline{M}$ und $\overline{M} + \hat{\sigma}_M$) handelt es sich bei den Perzentilen auch bei einer schiefen Verteilung des Moderators um real existierende und repräsentative Werte. PROCESS betrachtet allerdings tatsächlich auftretende Werte des Moderators (im Beispiel: 7, 10 und 13), sodass die angestrebten Perzentile nicht exakt erreicht werden. Es resultieren die folgenden bedingten Regressionsgeraden:

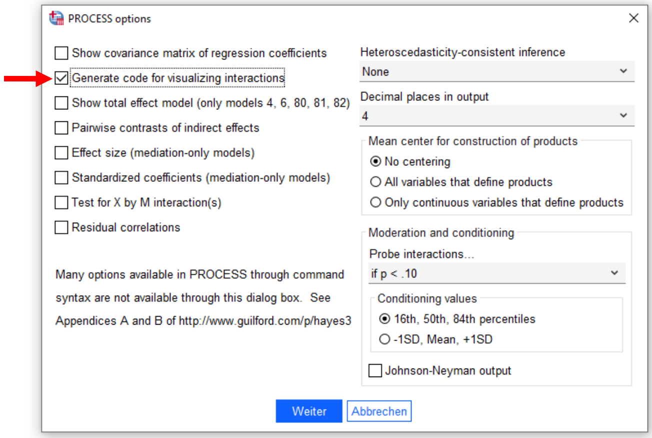
EIGNUNG	Bedingte Regression von GEHALT auf DALTER
7	GEHALT = 2155,39 + 28,29 DALTER
10	GEHALT = 2142,82 + 41,87 DALTER
13	GEHALT = 2130,25 + 55,46 DALTER

Bei Personen mit dem Eignungswert 7 (Prozentrang 18,5) bewirkt jedes Dienstjahr im Mittel eine Gehaltserhöhung um 28,29 Euro, bei Personen mit dem Eignungswert 13 (Prozentrang 84,8) schlägt hingegen jedes Dienstjahr mit 55,46 Euro zu Buche.

In der PROCESS-Ausgabe finden sich die bedingten Effekte von DALTER (im Abschnitt: `Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s)`) samt Signifikanzbeurteilungen und Vertrauensintervallen. In Abschnitt 2.2.4.2 werden wir uns ausführlich mit der inferenzstatistischen Beurteilung von bedingten Effekten (Steigungskoeffizienten) beschäftigen.

2.2.3.2 Bedingte Regressionsgeraden zeichnen

Weil ein Bild mehr sagen kann als 1.000 Formeln, ist es wünschenswert, ein Diagramm mit bedingten Regressionsgeraden zu erstellen. Um von PROCESS eine wesentliche Vorarbeit auf dem Weg zu diesem Diagramm anzufordern, öffnet man bei interaktiver Arbeitsweise den **Options**-Dialog und markiert dort das Kontrollkästchen **Generate code for visualizing interactions**:



Im PROCESS-Kommando verwendet man für denselben Zweck das Subkommando `plot=1`:[1]

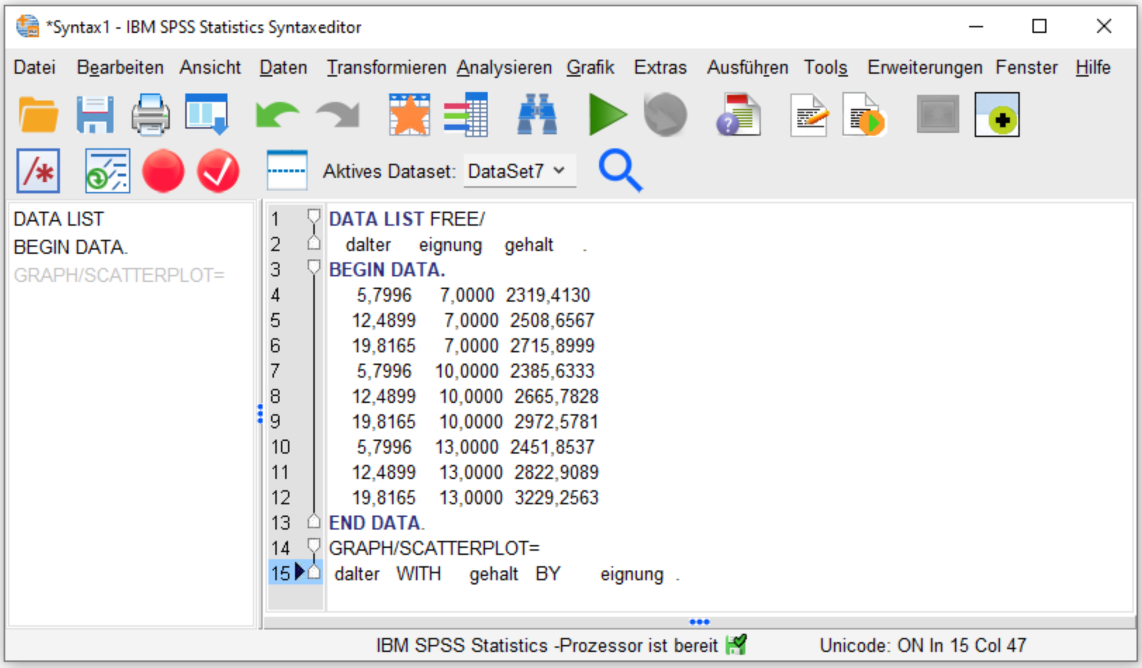
```
process y=gehalt /x=dalter /w=eignung /model=1 /plot=1.
```

Im Ausgabefenster resultiert ein SPSS-Programm, das per DATA LIST - Kommando 9 Fälle einliest und per GRAPH-Kommando ein Diagramm erstellt:

```
DATA LIST FREE/
   dalter     eignung    gehalt     .
BEGIN DATA.
     5,7996     7,0000  2319,4130
    12,4899     7,0000  2508,6567
    19,8165     7,0000  2715,8999
     5,7996    10,0000  2385,6333
    12,4899    10,0000  2665,7828
    19,8165    10,0000  2972,5781
     5,7996    13,0000  2451,8537
    12,4899    13,0000  2822,9089
    19,8165    13,0000  3229,2563
END DATA.
GRAPH/SCATTERPLOT=
 dalter   WITH     gehalt   BY       eignung  .
```

Jeder Fall enthält einen Regressor- und einem Moderatorwert sowie den zugehörigen vom Modell prognostizierten Kriteriumswert. Per Voreinstellung bezieht PROCESS von den beiden Prädiktoren jeweils annähernd das 16., das 50. und das 84. Perzentil ein, sodass insgesamt 3 · 3 = 9 Fälle resultieren. Beim Moderator wählt PROCESS tatsächlich in der Stichprobe aufgetretene Werte, beim Regressor hingegen darstellungstechnisch günstige Werte. Man überträgt die von PROCESS erstellten Kommandos vom Ausgabefenster in ein neu erstelltes Syntaxfenster und lässt sie ausführen (z.B. mit dem Menübefehl **Ausführen > Alle**; zur Verwendung von SPSS-Syntax siehe z. B. Kapitel 5 in Baltes-Götz 2020):

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.



Im Beispiel resultiert das folgende Diagramm mit Stützstellen für die drei in Abschnitt 2.2.3.1 beschriebenen bedingten Regressionsgeraden:

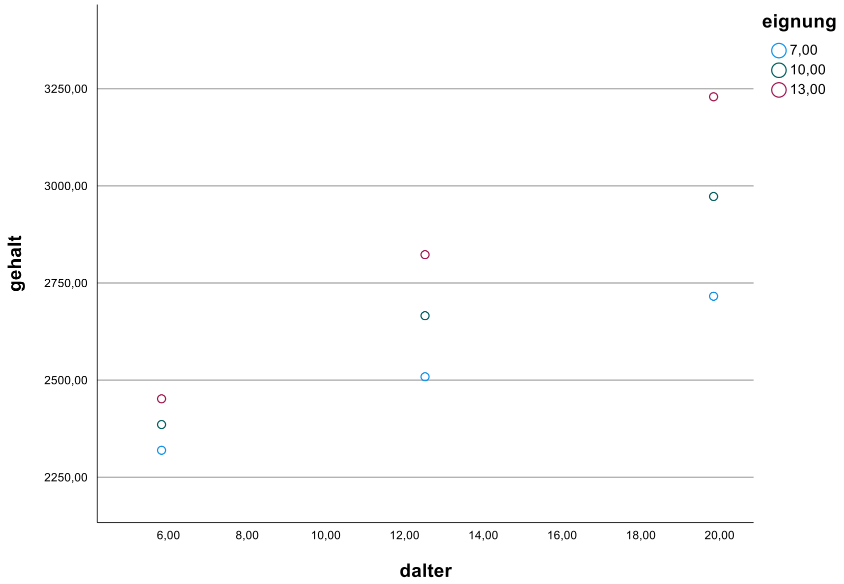


Abbildung 17: Bedingte Regressionsgeraden im bilinearen Interaktionsmodell (Ergebnis der von PROCESS gelieferten SPSS-Syntax)

Es lohnt sich, das Diagramm per Doppelklick im Diagrammeditor zu öffnen, um dort die Darstellung zu optimieren, z. B.:

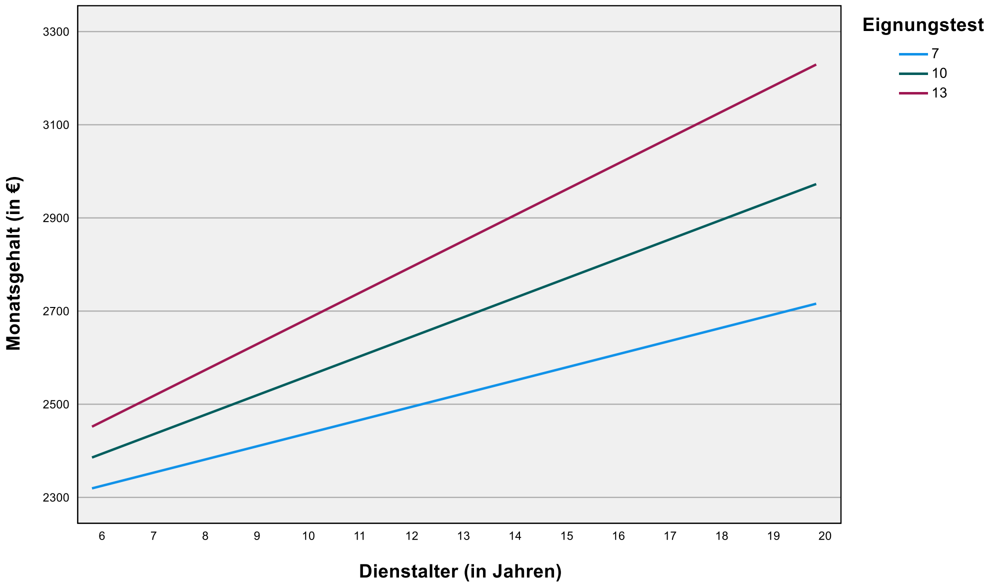
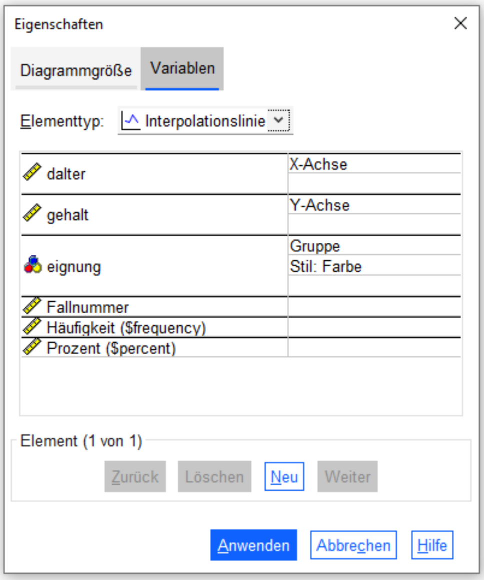


Abbildung 18: Bedingte Regressionsgeraden im bilinearen Interaktionsmodell (Editiertes Ergebnis der von PROCESS gelieferten SPSS-Syntax)

Im Beispiel besteht die wesentliche Modifikation darin, die Markierungen der Datenpunkte durch Regressionsgeraden zu ersetzen. Dazu muss man lediglich nach dem Start des Diagrammeditors ...

- im **Eigenschaften**- Fenster des Diagrammeditors die Registerkarte **Variablen** wählen,
- als **Elementtyp** das Listenelement **Interpolationslinie** wählen
- und auf den Schalter **Anwenden** klicken.



Mit einem 3D-Funktionsplotter (z. B. R-Grafik, Gnuplot) lässt sich die vollständige Reaktionsoberfläche mit den Modellprognosen eines Interaktionsmodells darstellen. Die folgende Abbildung zeigt deutlich den Einfluss des Moderators auf die bedingten Effekte des Regressors:

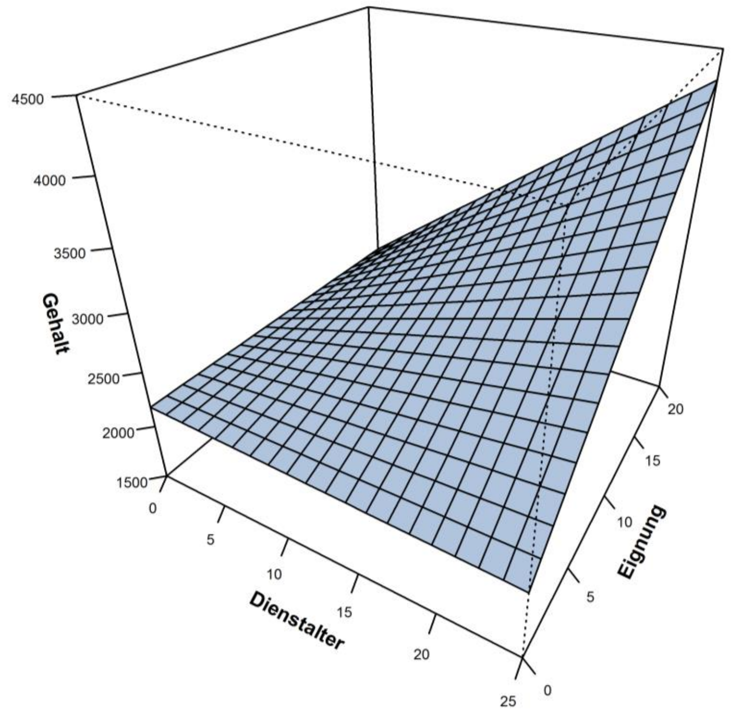


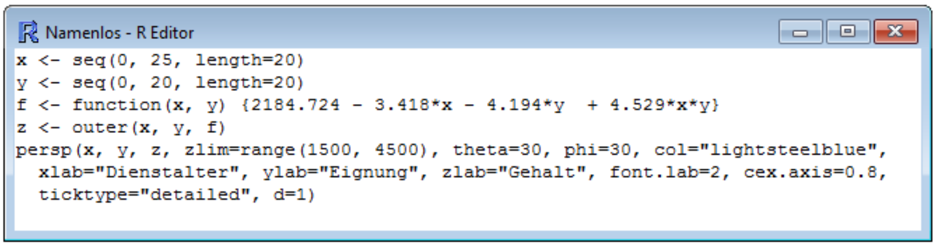
Abbildung 19: 3D-Darstellung der Prognosen des bilinearen Interaktionsmodells

Sie wurde mit dem folgenden R-Code erstellt, wobei zur Anpassung an das Grafiksystem von R abweichend von unserer Notation der Vektor `y` für den Moderator und der Vektor `z` für das Kriterium steht:

```
x <- seq(0, 25, length=20)
y <- seq(0, 20, length=20)
f <- function(x, y) {2184.724 - 3.418*x - 4.194*y  + 4.529*x*y}
z <- outer(x, y, f)
persp(x, y, z, zlim=range(1500, 4500), theta=30, phi=30, col="lightsteelblue",
  xlab="Dienstalter", ylab="Eignung", zlab="Gehalt", font.lab=2, cex.axis=0.8,
  ticktype="detailed", d=1)
```

Im Unterschied zur Version auf dem Titelblatt des Manuskripts wurde die perspektivische Transformation über den Parameter **d** der R-Funktion **persp** verstärkt.[1]

Um den Code in einem Skript-Fenster der R-Console



für eine eigene Abbildung zu verwenden, müssen Sie lediglich ...

- in den Vektoren `x` und `y` per `seq()` - Funktion die darzustellenden Wertebereiche für den Regressor und den Moderator ablegen,
- in der Definition der Funktion `f` die Modellparameter ändern
- und in der `persp()` - Funktion den `z`-Wertebereich und die Achsenbeschriftungen anpassen.

[1] Eine Dokumentation der R-Funktion **persp** findet sich z. B. hier:
http://stat.ethz.ch/R-manual/R-patched/library/graphics/html/persp.html

2.2.3.3 Eigenschaften von bedingten Regressionsgeraden

Dass sich alle bedingten Regressionsgeraden im Punkt

$$\left(-\frac{\beta_2}{\beta_3},\quad \beta_0-\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_3}\right)$$

schneiden, ist eine Eigenschaft des bilinearen Interaktionsmodells

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 XM$$

Man rechnet leicht nach, dass für das Argument $\left(-\frac{\beta_2}{\beta_3}\right)$ alle bedingten Regressionsfunktionen (für einen beliebigen *M*-Wert) dieselbe Modellprognose liefern:

$$\begin{aligned}(\beta_0+\beta_2 M)+(\beta_1+\beta_3 M)\left(-\frac{\beta_2}{\beta_3}\right) &= \beta_0+\beta_2 M-\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_3}-\frac{\beta_3\beta_2}{\beta_3}M\\ &= \beta_0+\beta_2 M-\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_3}-\beta_2 M\\ &= \beta_0-\frac{\beta_1\beta_2}{\beta_3}\end{aligned}$$

Wenn sich die bedingten Regressionsgeraden (wie im Beispiel) *außerhalb* des untersuchten Wertebereichs des Regressors scheiden, liegt eine *ordinale* Interaktion vor. Im alternativen Fall spricht man von einer *disordinalen* Interaktion (vgl. Aiken & West 1991, S. 22).

2.2.4 Signifikanztests und Vertrauensintervalle

In Abschnitt 2.2.4.1 wird erläutert, wie man eine Interaktionshypothese überprüft. Mit der im Fall einer signifikanten Interaktion anschließend sinnvollen Untersuchung der sogenannten *bedingten* bzw. *einfachen Effekte* beschäftigt sich der Abschnitt 2.2.4.2. Statt die bedingten Effekte des Regressors auf das Kriterium für *einzelne* Werte des Moderators zu prüfen, kann man mit Hilfe der Johnson-Neyman - Methode Signifikanzregionen ermitteln, was in Abschnitt 2.2.4.3 erläutert wird.

2.2.4.1 Interaktionseffekt

Die Nullhypothese zum Interaktionseffekt behauptet die Identität aller bedingten Steigungskoeffizienten (bzw. bedingten Effekte) $\beta_1^{(m)}$. Gemäß Gleichung (13):

$$\beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m$$

lässt sich die Nullhypothese folgendermaßen formulieren:

$$\mathrm{H}_0^{X\times M}:\quad \beta_3 = 0$$

Diese Nullhypothese können wir gegen die Alternativhypothese:

$$\mathrm{H}_1^{X\times M}:\quad \beta_3 \neq 0$$

mit dem üblichen t-Test für den Regressionskoeffizienten β_3 zum Produktterm in Modell (9) prüfen. Die in Abschnitt 2.2.2.1 berichteten Ergebnisse zeigen einen t-Wert von 6,459 ($df = N$ - 3- 1 = 396) mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit nahe null, so dass wir die Nullhypothese verwerfen.

Scheitert die Interaktions-Alternativhypothese deutlich an der Signifikanzgrenze, sollte der Produktterm aus dem Modell entfernt werden.

Es ist grundsätzlich möglich, wenngleich unüblich, zur Interaktionshypothese einen *gerichteten* (einseitigen) Signifikanztest durchzuführen, der eine bessere Power besitzt als die ungerichtete Variante. Selbstverständlich ...

- muss die Festlegung auf eine Richtung *vor* der Durchführung der Studie stattfinden,
- und das Vorzeichen des schließlich geschätzten Regressionskoeffizienten zum Produktterm muss mit der Alternativhypothesenbehauptung übereinstimmen.

Im Beispiel kann man die plausible *gerichtete* Interaktionshypothese formulieren, dass mit zunehmender Eignung der bedingte Effekt des Dienstalters auf das Gehalt *steigt.* Damit lautet das gerichtete Testproblem:

$$\mathrm{H}_0^{X\times M}: \quad \beta_3 \le 0 \quad \text{versus} \quad \mathrm{H}_1^{X\times M}: \quad \beta_3 > 0$$

Man darf dann zu β_3 einen einseitigen t-Test durchführen, indem man das von Statistik-Programmen in der Regel gelieferte zweiseitige *p*-Level halbiert.

2.2.4.2 Bedingte Effekte

Im Fall eines signifikanten Interaktionseffekts sollte sich eine Untersuchung der sogenannten **bedingten** bzw. **einfachen Effekte** anschließen. Dabei wird z. B. analysiert, ob die bedingten Steigungen für ausgewählte Werte des Moderators von null verschieden sind.

In unserem Beispiel könnten etwa folgende Fragen auftauchen:

- Steigt das Gehalt auch bei weniger geeigneten Beschäftigten mit dem Dienstalter?
- Hängt das Einstiegsgehalt (DALTER = 0) von der Eignung ab?

Für den (empirisch nicht aufgetretenen) DALTER-Wert 0 behauptet das Modell mit den geschätzten Regressionskoeffizienten einen negativen Effekt der EIGNUNG auf das GEHALT (vgl. Abschnitt 2.2.3.1):

$$\text{GEHALT} = (2184{,}72 - 4{,}19\ \text{EIGNUNG}) + (-3{,}42 + 4{,}53\ \text{EIGNUNG}) \cdot \text{DALTER} + \text{Fehler}$$

Dieses Teilergebnis widerspricht der Plausibilitätsannahme identischer Anfangsgehälter. Es ist grundsätzlich *unzulässig*, eine Extrapolation von Modellaussagen auf nicht analysierte Wertebereiche vorzunehmen. Allerdings befinden wir uns an der Stelle (DALTER = 0) wohl noch knapp *innerhalb* des Modellanwendungsbereichs, und das unplausible Ergebnis für die bedingte Regression von GEHALT auf EIGNUNG bei DALTER = 0 stellt vermutlich eine zufällige Stichprobenabweichung vom wahren Wert 0 dar, was gleich durch einen Signifikanztest geprüft werden soll.

Wenn wir über den bedingten Effekt der EIGNUNG auf einer festen Stufe von DALTER sprechen, sind die Rollen *Regressor* und *Moderator* übrigens im Vergleich zur bisher bevorzugten Betrachtungsweise vertauscht. In statistischer Hinsicht agieren die beiden Interaktionspartner symmetrisch.

Nach Gleichung (13) gilt für den bedingten (einfachen) Effekt $\beta_1^{(m)}$ von DALTER auf GEHALT an der festen Stelle EIGNUNG = *m*:

$$\beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m$$

Wenn die Stelle EIGNUNG = 0 interessiert, vereinfacht sich die letzte Gleichung trivialerweise zu:

$$\beta_1^{(m)} = \beta_1$$

Folglich können wir die Nullhypothese zum bedingten (einfachen) Effekt

$$\mathrm{H}_\mathrm{o}^{(\mathrm{m}=0)}: \quad \beta_1^{(m=0)} = 0$$

mit dem t-Test für den Regressionskoeffizienten β_1 zum Regressor DALTER in Modell (9) prüfen.

Im Beispiel befindet sich der EIGNUNGs-Wert 0 allerdings eher außerhalb des Modellanwendungsbereichs:

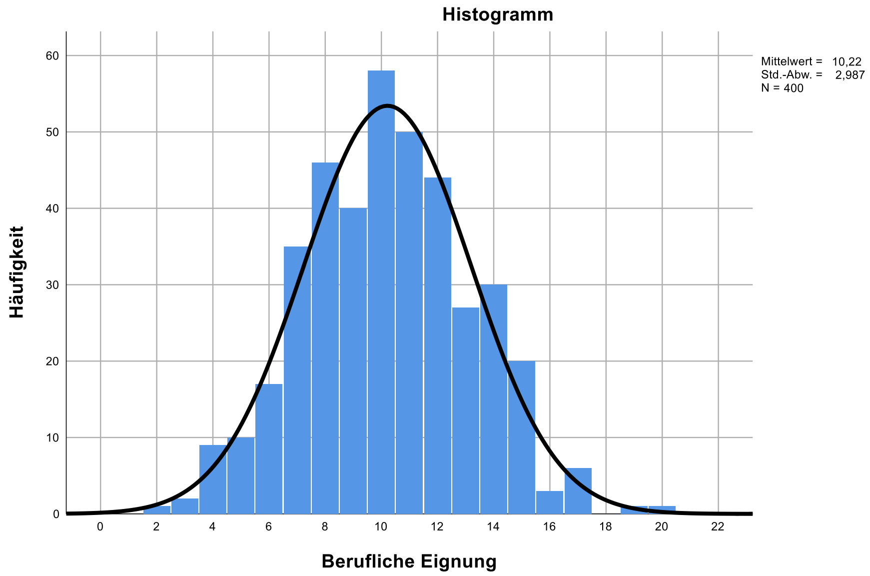


Abbildung 20: Verteilung der beruflichen Eignung im Simulationsbeispiel

Um den bedingten (einfachen) Effekt des Regressors an einer Stelle $m \neq 0$ auf ähnlich einfache Weise mit der SPSS-Prozedur REGRESSION prüfen zu können, wenden wir folgenden Trick an: Wir ersetzen den Moderator EIGNUNG durch:

$$\text{EIGMM} := \text{EIGNUNG} - m$$

Das Modell mit der modifizierten Variablen EIGMM lautet:

$$\text{GEHALT} = \beta_0^{(m)} + \beta_1^{(m)}\ \text{DALTER} + \beta_2\ \text{EIGMM} + \beta_3\ \text{DALTER} \cdot \text{EIGMM} \qquad (16)$$

Es ist eine zum ursprünglichen Modell äquivalente, **reparametrisierte Variante** mit denselben Modellprognosen, denn durch einfaches Umstellen erhält man die folgende Identität:

$$\begin{aligned} \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 XM &= \beta_0 + \beta_2 m + (\beta_1 + \beta_3 m) X + \beta_2 (M - m) + \beta_3 X(M - m) \\ &= \beta_0^{(m)} + \beta_1^{(m)} X + \beta_2 (M - m) + \beta_3 X(M - m) \\ &\quad \text{mit } \beta_0^{(m)} = \beta_0 + \beta_2 m \text{ und } \beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m \end{aligned}$$

Wegen

$$\text{EIGMM} = 0 \Leftrightarrow \text{EIGNUNG} = m$$

kann nach obigen Überlegungen mit Hilfe des modifizierten Modells (16) der bedingte DALTER-Effekt an der Stelle EIGNUNG = m, also $\beta_1^{(m)}$, bequem über den t-Test zum Koeffizienten von DALTER geprüft werden. Außerdem erhalten wir so auch ein *Vertrauensintervall* zum bedingten Effekt.

Unter Verwendung der Datendatei **gehalt.sav** kann das eben geschilderte Vorgehen für $m = 7$ (Prozentrang 18,5) in SPSS dialogboxorientiert oder auf Syntaxebene realisiert werden. Hier soll die zweite Methode demonstriert werden:

```
compute eigmm = eignung - 7.
compute daeigmm = dalter * eigmm.
REGRESSION
  /STATISTICS COEFF OUTS CI R ANOVA
  /DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N
  /DEPENDENT gehalt
  /METHOD=ENTER dalter eigmm daeigmm.
```

Wir erhalten u.a. die folgende Ergebnistabelle:

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Std.-Fehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	2155,363	39,764		54,204	,000	2077,188	2233,539
	Dienstalter	28,286	3,173	,403	8,915	,000	22,049	34,524
	eigmm	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	-22,732	14,343
	daeigmm	4,529	,701	,516	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Zunächst beobachten wir, dass sich die Beurteilung des Wechselwirkungseffekts durch den Übergang von EIGNUNG zu EIGMM *nicht* geändert hat (siehe Zeile zu DAEIGMM). Das Schätzergebnis ist ebenso gleich geblieben wie seine inferenzstatistische Beurteilung (Standardfehler, t-Prüfgröße, *p*-Level und Vertrauensintervall).

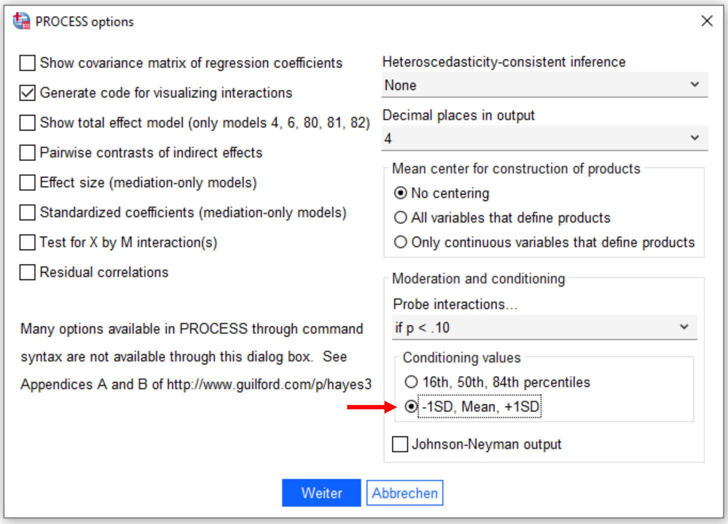
Die Ergebnisse zu DALTER im modifizierten Modell besagen nach den obigen Überlegungen, dass der bedingte (einfache) Effekt von DALTER für EIGNUNG = 7 signifikant von null verschieden ist ($p < 0{,}001$). Als 95% - Vertrauensintervall zum bedingten Effekt erhalten wir [22,049; 34,524].

Wenn der bedingte Effekt von *X* auf *Y* nur für die Moderatorausprägungen mit den approximativen Prozenträngen 16, 50 und 84 interessiert, liefert das Makro PROCESS die Ergebnisse frei Haus, so dass der Aufwand mit modifizierten Modellen entfällt. Der Bequemlichkeit halber wiederholen wir einen Teil der PROCESS-Ausgabe aus Abschnitt 2.2.2.3. SPSS-REGRESSION und PROCESS liefern übereinstimmende Ergebnisse:

```
Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s):

    eignung     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
     7,0000    28,2864     3,1728     8,9152      ,0000    22,0487    34,5240
    10,0000    41,8741     2,1931    19,0937      ,0000    37,5626    46,1857
    13,0000    55,4619     2,8991    19,1310      ,0000    49,7624    61,1613
```

Wer die bedingten X-Effekte nicht für die Moderator-Prozentränge 16, 50 und 84, sondern für die Werte $\{\,\overline{M}\,,\ \overline{M}-\hat{\sigma}_M\,,\ \overline{M}+\hat{\sigma}_M\,\}$ sehen möchte, der öffnet bei interaktiver Arbeitsweise den PROCESS-Subdialog **Options** und wählt im Rahmen **Moderation and conditioning** die passende Alternative:



Wer die Bedienung per Syntax bevorzugt, verwendet das PROCESS-Subkommando `moments=1`:[1]

```
process y=gehalt /x=dalter /w=eignung /model=1 /plot=1 /moments=1.
```

Im Beispiel zeigen sich signifikante bedingte *X*-Effekte für alle betrachteten Moderatorwerte:

```
Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s):

    eignung     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
     7,2304    29,3301     3,0576     9,5925      ,0000    23,3189    35,3413
    10,2175    42,8592     2,1846    19,6185      ,0000    38,5643    47,1542
    13,2046    56,3883     2,9953    18,8254      ,0000    50,4996    62,2771
 . . .
W values in conditional tables are the mean and +/- SD from the mean.
```

Wir können analog zum bisherigen Vorgehen auch bedingte EIGNUNGs-Effekte für vorgegebene DALTER-Ausprägungen betrachten (vgl. die obigen Symmetrieüberlegungen). Das aus den Stichprobendaten geschätzte Modell behauptet für EIGNUNG bei DALTER = 0 (knapp im Extrapolationsbereich) einen negativen bedingten Effekt. Er kann nach obigen Überlegungen über den Signifikanztest zu β_2 beurteilt werden. Mit einem Blick auf die schon in Abschnitt 2.2.2.1 präsentierte **Koeffizienten**-Tabelle stellen wir fest, dass der t-Test zu diesem bedingten Effekt die Signifikanzgrenze deutlich verfehlt (p = 0,657).

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	2184,724	96,959		22,532	,000	1994,105	2375,343
	Dienstalter	-3,418	7,534	-,049	-,454	,650	-18,230	11,393
	Berufliche Eignung	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	-22,732	14,343
	Dienstalter X Eignung	4,529	,701	,855	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Vermutlich ist der wahre bedingte Effekt praktisch gleich null, d.h. im betrachteten Unternehmen hängt das Einstiegsgehalt *nicht* vom Eignungstest ab.

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

Im Fall eines akzeptierten Interaktionseffekts stellt sich übrigens bei dem von uns betrachteten bilinearen Modell *nicht* die Frage, für welche Moderator-Wertepaare sich die bedingten Steigungen signifikant unterscheiden. Ein Blick auf Gleichung (13)

$$\beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m$$

zeigt: Entweder sind die bedingten Steigungen alle gleich ($\beta_3 = 0$, keine Interaktion) oder sie sind alle verschieden ($\beta_3 \neq 0$).

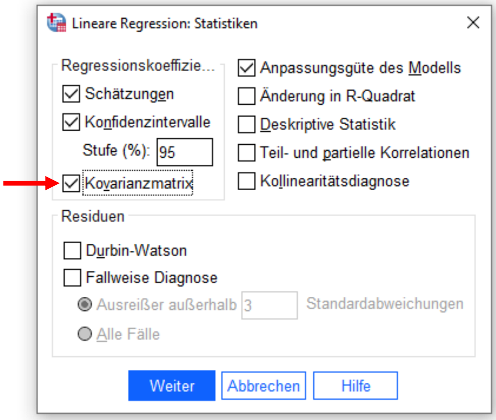
Man kann die bedingen Steigungskoeffizienten auch ohne den beschriebenen Transformationstrick testen. Die Nullhypothese

$$\mathrm{H}_o^m: \quad \beta_1^{(m)} = \beta_1 + \beta_3 m = 0$$

lässt sich über die folgende Prüfgröße beurteilen:

$$\mathrm{t}(b_1^{(m)}) = \frac{b_1 + b_3 m}{\sqrt{\mathrm{Var}(b_1 + b_3 m)}} = \frac{b_1 + b_3 m}{\sqrt{\mathrm{Var}(b_1) + 2\, m\, \mathrm{Cov}(b_1, b_3) + m^2\, \mathrm{Var}(b_3)}}$$

Sie ist bei gültiger Nullhypothese t-verteilt mit $df = N - 4$ Freiheitsgraden. Von der SPSS-Prozedur REGRESSION fordert man die benötigten Varianzen und Kovarianzen zu den Parameterschätzungen dialogorientiert per **Statistik**-Subdialog



oder syntaxorientiert mit der Spezifikation BCOV im PRINT-Subkommando an.

Im Beispiel erhalten wir die folgende Tabelle:

Korrelation der Koeffizienten [a]

Modell			Dienstalter X Eignung	Berufliche Eignung	Dienstalter
1	Korrelationen	Dienstalter X Eignung	1,000	-,888	-,957
		Berufliche Eignung	-,888	1,000	,824
		Dienstalter	-,957	,824	1,000
	Kovarianzen	Dienstalter X Eignung	,492	-5,871	-5,056
		Berufliche Eignung	-5,871	88,907	58,512
		Dienstalter	-5,056	58,512	56,758

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Mit den geschätzten Regressionskoeffizienten $b_1 = -3{,}418$ und $b_3 = 4{,}529$ (siehe z. B. Modellgleichung (14)) resultiert zum EIGNUNGs-Wert $m = 7{,}2304$ ($= \overline{M} - \hat{\sigma}_M$) als geschätzte Steigung der bedingten Regression:

$$b_1^{(m)} = b_1 + b_3 m = 29{,}330$$

Dieser Wert stimmt ebenso mit dem Schätzer aufgrund der transformierten Eignungsvariablen überein (siehe z. B. die obige PROCESS-Ausgabe) wie die Schätzung des zugehörigen Standardfehlers im Nenner des t-Bruchs:

$$\hat{\sigma}_{b_1^{(m)}} = \sqrt{56{,}7581 - 2 \cdot 7{,}2304 \cdot 5{,}0563 + 7{,}2304^{\,2} \cdot 0{,}4918} = 3{,}0576$$

Für die t-Statistik

$$\mathrm{t}(\beta_1^{(m)}) = \frac{b_1 + b_3 m}{\sqrt{\mathrm{Var}(b_1 + b_3 m)}}$$

erhalten wir:

$$\frac{29{,}330}{3{,}0576} = 9{,}5923$$

Die zugehörige zweiseitige Überschreitungswahrscheinlichkeit (für *df* = 396) liegt sehr nah bei null.

Mit dem berechneten Standardfehler und dem 0,975 - Fraktil der t-Verteilung mit 396 Freiheitsgraden (≈ 1,966) kann man das geschätzte zweiseitige 95% - Vertrauensintervall zum bedingen Steigungskoeffizienten konstruieren:

$$[b_1^{(m)} - \mathrm{t}_{396;0{,}975} \cdot \hat{\sigma}_{b_1^{(m)}};\quad b_1^{(m)} + \mathrm{t}_{396;0{,}975} \cdot \hat{\sigma}_{b_1^{(m)}}] = [23{,}3187; 35{,}3412]$$

2.2.4.3 Signifikanzregionen

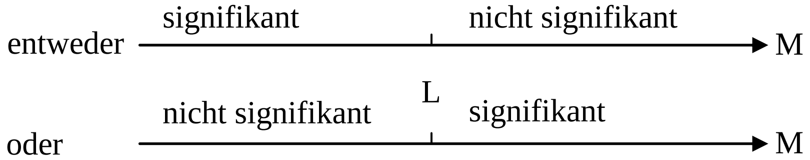
Statt für etliche einzelne Moderatorwerte (z. B. $\overline{M}$, $\overline{M} - \hat{\sigma}_M$, $\overline{M} + \hat{\sigma}_M$) einen Signifikanztest durchzuführen, kann man in der folgenden Gleichung zur Berechnung der Prüfgröße (vgl. Abschnitt 2.2.4.2) auf der linken Seite den kritischen t-Wert, der z. B. in einem zweiseitigen Test zum Niveau 5% gerade zu einem signifikanten Ergebnis führt, einsetzen und dann die Gleichung nach *m* auflösen.

$$\mathrm{t}(b_1^{(m)}) = \frac{b_1 + b_3 m}{\sqrt{\mathrm{Var}(b_1) + 2\, m\, \mathrm{Cov}(b_1, b_3) + m^2\, \mathrm{Var}(b_3)}} \quad \text{mit } df = (N - 4)$$

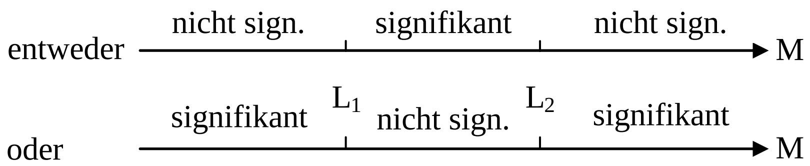
Aus den Lösungen der quadratischen Gleichung für *m* kann man eine Lösungsmenge mit denjenigen *m*-Werten bestimmen, die zu einem signifikanten bedingten Effekt führen. Hayes (2018, S. 253ff) spricht vom *Johnson-Neyman - Verfahren*, um die Leistungen der Urheber zu würdigen. In der Literatur wird meist von *Signifikanzregionen* (engl.: *regions of significance*) gesprochen.

Aus der quadratischen Gleichung für *m* resultieren im Wertebereich des Moderators 0, 1 oder 2 Lösungen, und nach Hayes (2018, S. 255) ergeben sich folgende Signifikanzregionen:

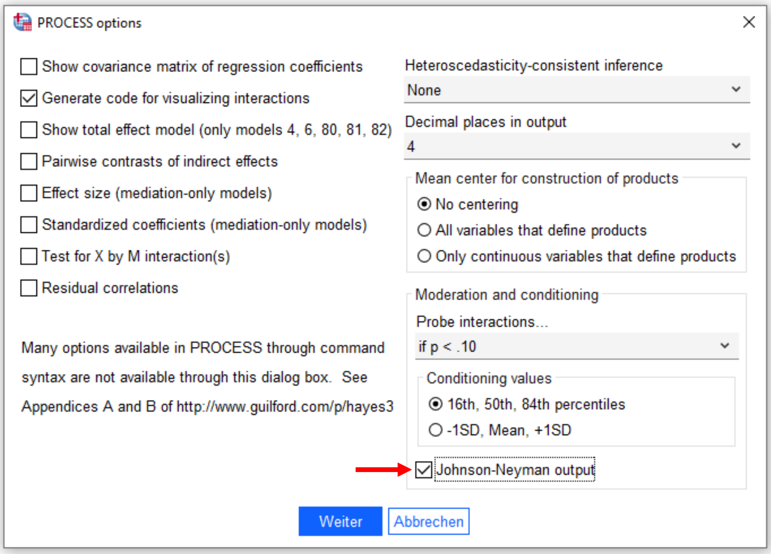
- **Keine Lösung** für *m* im Wertebereich des Moderators
  Es gibt keinen Wechsel bei der Signifikanzbeurteilung, so dass die bedingten *X*-Effekte entweder für *alle* Moderatorwerte signifikant sind oder für *keinen* Moderatorwert.
- **Genau eine Lösung** *L* für *m* im Wertebereich des Moderators
  Bei *L* wechselt die Signifikanzbeurteilung, so dass entweder die *m*-Werte kleiner *L* oder die *m*-Werte größer *L* zur Signifikanzregion gehören.



- **Zwei Lösungen** L_1 und L_2 für *m* im Wertebereich des Moderators
  Die Signifikanzbeurteilung wechselt bei L_1 *und* L_2, so dass entweder die *m*-Werte zwischen den beiden Grenzen ($L_1 < m < L_2$) oder die Werte jenseits der Grenzen ($m < L_1$ oder $m > L_2$) zur Signifikanzregion gehören.



Zum Glück kann das von Andrew Hayes erstellte SPSS-Makro PROCESS (vgl. Abschnitt 1.2) die Johnson-Neyman - Grenzwerte berechnen und Bewertungen für spezielle *m*-Werte liefern, aus denen die Lage der Signifikanzregion(en) hervorgeht. Bei interaktiver Arbeitsweise fordert man die **Johnson-Neyman** - Grenzen über ein Kontrollkästchen im **Options**-Subdialog von PROCESS an:



Wer die Bedienung per Syntax bevorzugt, verwendet das PROCESS-Subkommando `jn=1`:[1]

```
process y=gehalt /x=dalter /w=eignung /model=1 /plot=1 /jn=1.
```

Im Beispiel wird *ein* Grenzwert gefunden (EIGNUNG = 3,13), und die Signifikanzregion (mit 99,25% aller Moderatorausprägungen) liegt *rechts* vom Grenzwert:

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
Moderator value(s) defining Johnson-Neyman significance region(s):
      Value    % below    % above
     3,1293      ,7500    99,2500

Conditional effect of focal predictor at values of the moderator:
    eignung     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
     2,0000     5,6401     6,2048      ,9090      ,3639    -6,5584    17,8387
     2,9000     9,7165     5,6185     1,7294      ,0845    -1,3293    20,7622
     3,1293    10,7552     5,4707     1,9660      ,0500      ,0000    21,5103
     3,8000    13,7928     5,0429     2,7351      ,0065     3,8785    23,7071
     4,7000    17,8691     4,4824     3,9865      ,0001     9,0568    26,6814
     5,6000    21,9454     3,9433     5,5653      ,0000    14,1931    29,6978
     6,5000    26,0217     3,4356     7,5741      ,0000    19,2674    32,7761
     7,4000    30,0981     2,9756    10,1149      ,0000    24,2481    35,9481
     8,3000    34,1744     2,5888    13,2009      ,0000    29,0849    39,2639
     9,2000    38,2507     2,3121    16,5434      ,0000    33,7051    42,7963
       .          .          .          .          .          .          .
```

2.2.5 Effekt- und Teststärke bei Interaktionseffekten

2.2.5.1 Maße für die Effektstärke

In unserem Anwendungsbeispiel erreicht ein rein additives (also falsches) Regressionsmodell (mit den Prädiktoren DALTER und EIGNUNG) einen unkorrigierten Determinationskoeffizienten von 0,592:

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,769 [a]	,592	,590	266,58374

a. Einflußvariablen : (Konstante), eigmm, Dienstalter

Für das korrekte Modell *mit* Produktterm resultiert ein unkorrigierter Determinationskoeffizient von 0,63:

Modellzusammenfassung

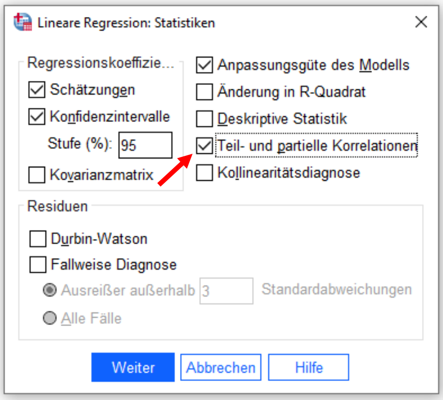
Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,794 [a]	,631	,628	253,88310

a. Einflußvariablen : (Konstante), Dienstalter X Eignung, Berufliche Eignung, Dienstalter

Damit erklärt die Interaktion von der Kriteriumsvarianz einen unkorrigierten Anteil von ca. 3,89 %:

$$(0{,}631 - 0{,}592) \cdot 100\%$$

Statt den R^2 - Anstieg für die beiden geschachtelten Modelle (mit bzw. ohne Produktterm) zu berechnen, kann man für das bilineare Interaktionsmodell die **quadrierte semipartielle Korrelation** zwischen dem bzgl. seiner Faktoren residualisierten Produktterm und dem Kriterium ermitteln. Die SPSS-Prozedur REGREESION bietet die Berechnung von (semi)partiellen Korrelationen für alle Prädiktoren in der **Statistiken**-Subdialogbox zur Regressionsanalyse an:



Für die folgende Tabelle wurden aus Platzgründen die Konfidenzintervalle abgeschaltet:

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	Korrelationen: Nullter Ordnung	Korrelationen: Partiell	Korrelationen: Teil
1	(Konstante)	2184,724	96,959		22,532	,000			
	Dienstalter	-3,418	7,534	-,049	-,454	,650	,685	-,023	-,014
	Berufliche Eignung	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	,478	-,022	-,014
	Dienstalter X Eignung	4,529	,701	,855	6,459	,000	,794	,309	,197

a. Abhängige Variable: Gehalt (in Euro)

Durch Quadrieren der semipartiellen Korrelation zum Produktterm (in der mit **Teil** beschrifteten Spalte) erhält man den oben berechneten individuellen Erklärungsbeitrag:

$$0{,}197^{2} \approx 0{,}631 - 0{,}592 \approx 0{,}039$$

Bei der Stichprobenumfangsplanung für eine Moderationsstudie (siehe Abschnitt 2.2.5.2) ist das **partielle Eta-Quadrat** relevant, das durch die **quadrierte partielle Korrelation** des Produktterms mit dem Kriterium geschätzt werden kann:

$$0{,}309^{2} \approx 0{,}095$$

Es handelt sich um den vom Produktterm aufgeklärten Anteil an demjenigen Teil der Kriteriumsvarianz, den die Faktoren des Produkts „übrig lassen" (Cohen 1988, S. 411f), also um den Quotienten ...

- aus dem eigenständigen Varianzbeitrag des Interaktionsterms
- und der Residualvarianz im Modell ohne Interaktionsterm

Das partielle Eta-Quadrat ist uns schon in der UNIANOVA-Ausgabe zum Moderationsmodell begegnet (vgl. Abschnitt 2.2.2.2).

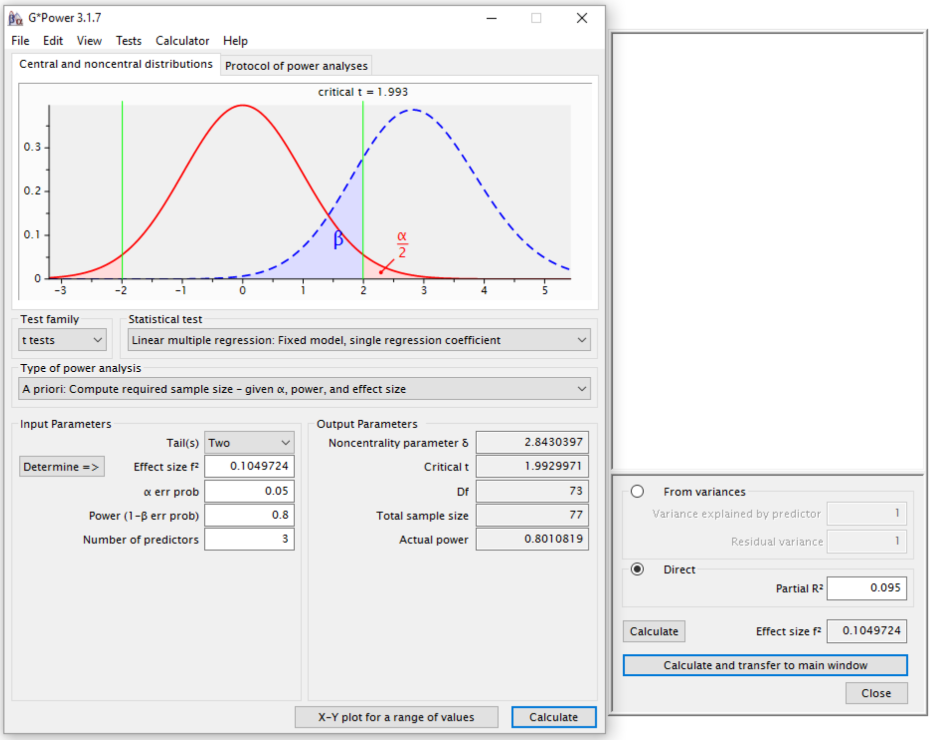
In der Effektstärkenschätzung über den R^2-Anstieg (die quadrierte semipartielle Korrelation) ist ein positiver Bias enthalten, der allerdings mit wachsender Stichprobengröße und wachsender Effektstärke an Bedeutung verliert (vgl. Jaccard & Turrisi, 2003, S. 28f). Dasselbe gilt für das partielle Eta-Quadrat (die quadrierte partielle Korrelation).

2.2.5.2 Stichprobenumfangsplanung

Eine A-priori - Power-Analyse mit G*Power 3.1 (vgl. Abschnitt 1.1.7.2) für den folgenden Aufgabentyp

- **Test family**: **t-Tests**
- **Statistical test**: **Linear Multiple Regression: Fixed model, single regression coefficient**

zeigt, dass bei einem zweiseitigen Test mit einem α - Niveau von 5% mindestens 77 Fälle benötigt werden, um einen Moderatoreffekt von der in unserer Stichproben geschätzten Stärke (partielles Eta-Quadrat 0,095) mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 entdecken zu können:

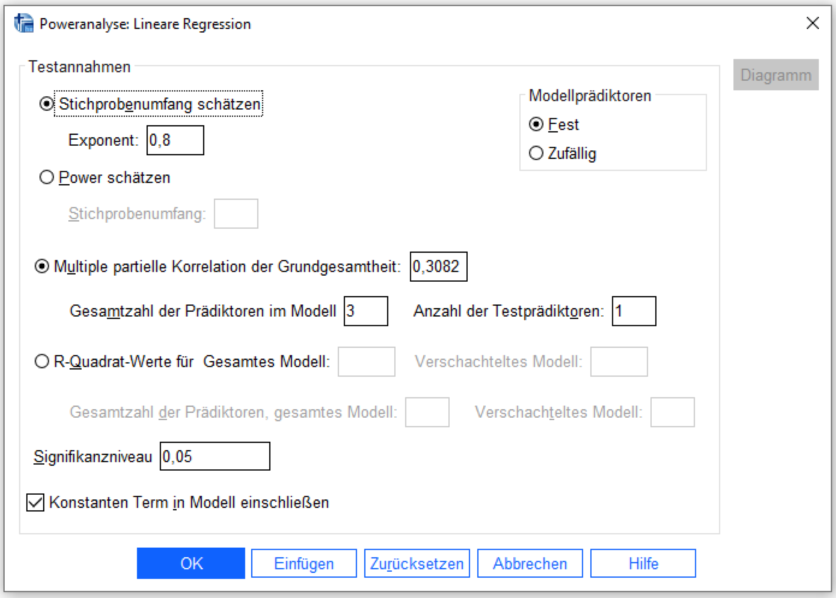


Wer es wagt, entgegen der Konvention eine Interaktionshypothese bei vorgegebener und bestätigter Richtungsfestlegung *einseitig* zu testen, der erreicht schon bei 61 Fällen die gewünschte Teststärke.

Seit der Version 27 bietet auch SPSS eine Power-Analyse für die lineare Regression über den Menübefehl

Analysieren > Poweranalyse > Regression > Univariat linear

Wir verwenden dieselbe Aufgabenbeschreibung wie in G*Power:



In das merkwürdig mit **Exponent** beschriften Textfeld ist die gewünschte Power einzutragen. Zur Beschreibung der Effektstärke ist die Wurzel aus dem partielles Eta-Quadrat anzugeben, in unserem Fall also $\sqrt{0{,}095}$. Es resultiert dieselbe Stichprobengrößenempfehlung wie in G*Power:

Poweranalysetabelle.

			Prädiktoren		Testannahmen		
	N	Tatsächliche Leistung[b]	Gesamtsumme	Test	Exponent	Partiell [c]	Sig.
F-Test vom Typ III [a]	77	,801	3	1	,8	,3082	,05

a. Ein konstanter Term wird einbezogen.

b. Es wird davon ausgegangen, dass Prädiktoren festgelegt werden.

c. Multipler partieller Korrelationskoeffizient.

Wird der Interaktionseffekt nicht durch einen *einzelnen* Prädiktor im Modell repräsentiert (z. B. bei Verwendung eines kategorialen Regressors oder Moderators mit mehr als 2 Ausprägungen), dann eignet sich für eine A-priori - Power-Analyse zum Moderatoreffekt mit G*Power 3.1 der folgende Aufgabentyp:

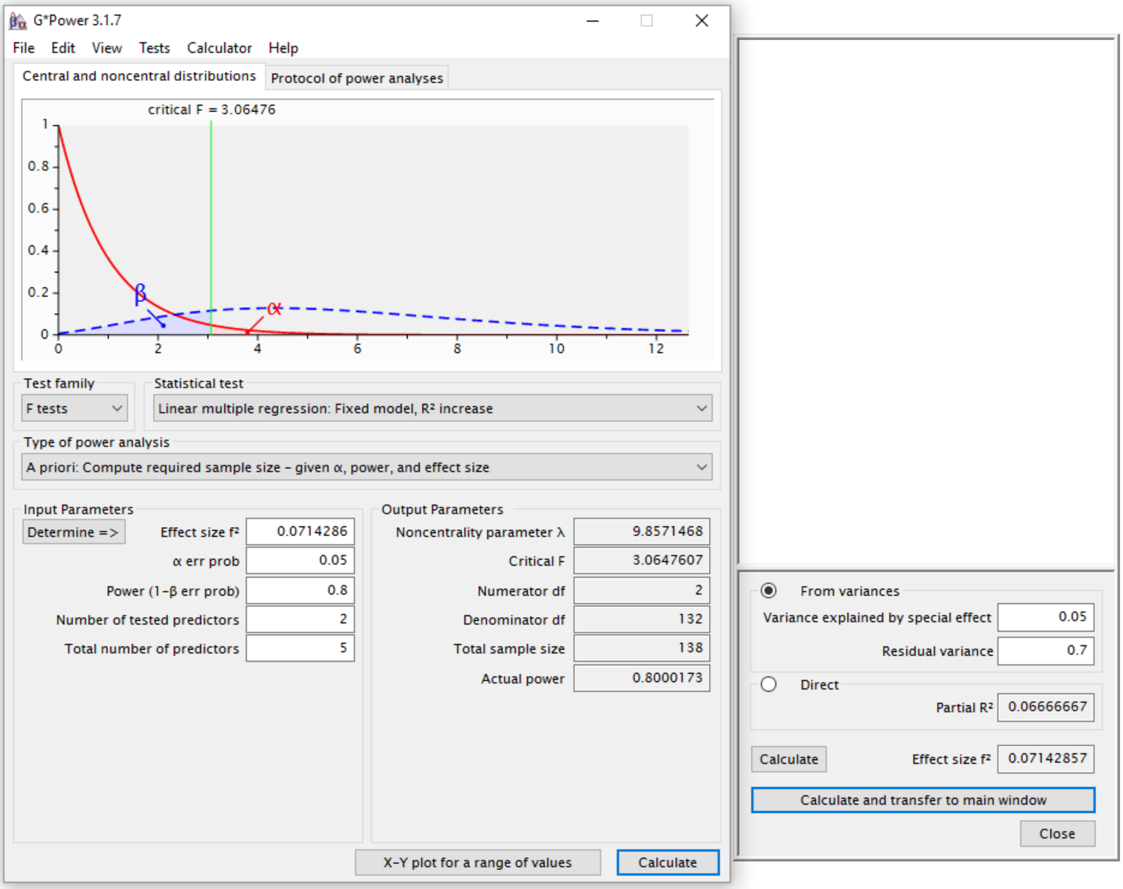
- **Test family**: **F-Tests**
- **Statistical test**: **Linear Multiple Regression: Fixed model, R^2 increase**

Bei einem metrischen Regressor X und einem kategorialen Moderator mit 3 Ausprägungen (also zwei Kodiervariablen M_1 und M_2) enthält das Haupteffektsmodell 3 Prädiktoren (X, M_1, M_2) und der zu testende Interaktionseffekt 2 Prädiktoren (XM_1, XM_2), so dass im vollständigen Modell 5 Prädiktoren vorhanden sind. Als Beispiel nehmen wir ...

- für das vollständige Modell einen Determinationskoeffizienten von 0,3 und damit einen unaufgeklärten Fehleranteil von 0,7
- sowie für den Interaktionseffekt einen eigenständigen Erklärungsbeitrag von 0,05

an. In G*Power öffnen wir per **Determine** das Seitenfenster zur Effektstärkendefinition und nutzen die Option **From variances**, um die eben beschriebenen Vermutungen einzutragen:[1]

[1] Bei der Eingabe von Dezimalzahlen ist zu beachten, dass G*Power nur den *Punkt* als Dezimaltrennzeichen akzeptiert.



Nach einem Klick auf den Schalter **Calculate and transfer to main window** zeigen sich:

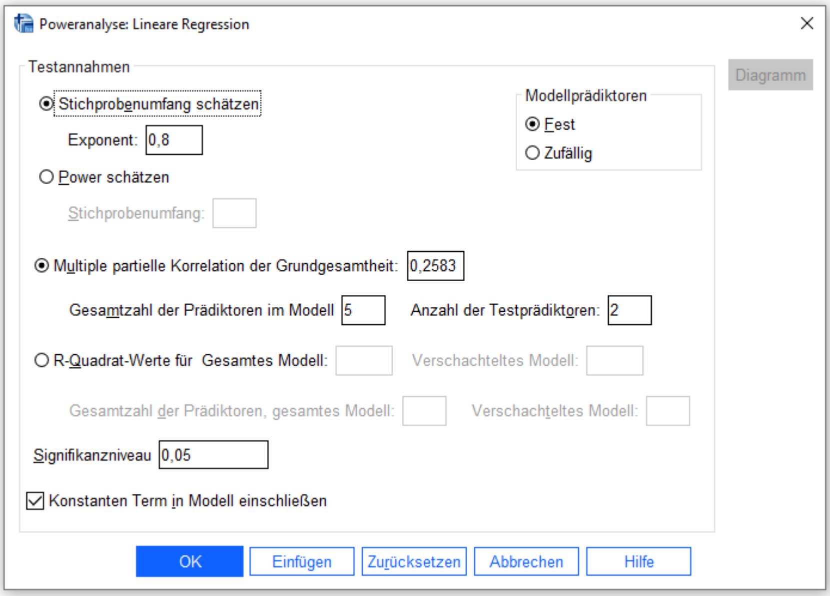
- eine quadrierte multiple partielle Korrelation (Partial R^2) von 0,0667
- und ein korrespondierendes f^2 von 0,071

In einem Test zum Niveau 0,05 werden mindestens 138 Fälle benötigt, um einen Interaktionseffekt der angenommenen Stärke mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 entdecken zu können. Weil der Interaktionseffekt im Unterschied zum ersten Beispiel durch *mehr als einen* Prädiktor repräsentiert wird, ist kein einseitiger Hypothesentest möglich.

In Version 27 wird dieselbe Aufgabenstellung nach dem Menübefehl

Analysieren > Poweranalyse > Regression > Univariat linear

folgendermaßen beschrieben:



Als **multiple partielle Korrelation** geben wir die Wurzel aus der von G*Power aufgrund unserer Effektbeschreibung berechneten quadrierten multiplen partiellen Korrelation (Partial R^2) an, also $\sqrt{0{,}0667}$. Es resultiert erneut dieselbe Stichprobengrößenempfehlung wie in G*Power:

Poweranalysetabelle.

	N	Tatsächliche Leistung[b]	Prädiktoren		Testannahmen		
			Gesamtsumme	Test	Exponent	Partiell[c]	Sig.
F-Test vom Typ III[a]	138	,800	5	2	,8	,2583	,05

a. Ein konstanter Term wird einbezogen.

b. Es wird davon ausgegangen, dass Prädiktoren festgelegt werden.

c. Multipler partieller Korrelationskoeffizient.

2.2.5.3 *Power von Moderator-Hypothesentests in Beobachtungsstudien*

In Beobachtungsstudien liegt oft eine bescheidene Interaktions-Effektstärke und dementsprechend eine schlechte Power vor. Ein Grund ist in den Reliabilitätsmängeln von Produktvariablen aus fehlerbehafteten Faktoren zu sehen (vgl. Cohen et al. 2003, S. 297; Jaccard & Turrisi 2003, S. 72f). Ein möglicher Ausweg sind Moderatormodelle für *latente* Variablen mit mehreren manifesten Indikatoren, doch ist diese Methodologie trotz viel versprechender Ansätze noch mit einigen Problemen belastet (siehe z. B. Baltes-Götz 2008; Jaccard & Wan 1996). Ist der Regressor oder der Moderator *kategorial*, dann erlauben Strukturgleichungsprogramme (z. B. Amos, Mplus) über die Mehrgruppenmodelle eine unproblematische Analyse von Moderatoreffekten unter Beteiligung von latenten Variablen.

Insgesamt ist die Teststärke bei Interaktionshypothesen oft ungünstig (siehe Frazier et al 2004, S. 118). Als Maßnahmen zur Verbesserung der Chance, eine vorhandene Interaktion zu entdecken, kommen u.a. in Frage:

- Steigerung der Primärvarianz bei Regressor und Moderator
- Bemühen um reliable Messungen
- Aufnahme weiterer Prädiktoren in das Modell zur Reduktion der Fehlervarianz (siehe Abschnitt 2.2.9)
- Bei einem *kategorialen* Regressor oder Moderator sollte in der Planungsphase nach Möglichkeit für gleich große Gruppen gesorgt werden. Eine nachträgliche Angleichung der Gruppenstärken durch Weglassen von Fällen ist jedoch kontraproduktiv.

2.2.6 Haupteffekte

In Abschnitt 2.2.4.2 hat sich gezeigt, dass die Regressionskoeffizienten zu den einfachen Prädiktoren (im Beispiel: EIGNUNG und DALTER) im bilinearen Interaktionsmodell keine Haupteffekte beschreiben, sondern *spezielle bedingte Effekte*. Wir wissen bereits, dass eine Transformation der Prädiktoren die Bedeutung ihrer Regressionskoeffizienten drastisch ändert, so dass eine Interpretation dieser Koeffizienten als Haupteffekte *nicht* in Frage kommt. Offenbar ist der Begriff *Haupteffekt* in Interaktionsmodellen problematisch.

In Abschnitt 2.2.6.1 werden die Auswirkungen von linearen Transformationen der einfachen Prädiktoren auf die Koeffizienten im bilinearen Interaktionsmodell noch etwas detaillierter beschrieben. In Abschnitt 2.2.6.2 werden zwei Haupteffektsdefinitionen diskutiert. Es geht speziell um die Frage, was unter dem Haupteffekt eines Prädiktors zu verstehen sein soll, der an einer Interaktion beteiligt ist. In Abschnitt 2.2.6.3 wird für den Haupteffekt im Sinne eines gewichtet gemittelten bedingten Effekts gezeigt, wie er im bilinearen Interaktionsmodell geschätzt und getestet werden kann.

2.2.6.1 Lineare Transformationen der Prädiktoren

2.2.6.1.1 Addition einer Konstanten

Bei der multiplen Regression *ohne Produktvariablen* haben Skalenverschiebungen um additive Konstanten keinerlei Effekt auf die Steigungskoeffizienten zu den Prädiktoren. Bei den in Abschnitt 2 behandelten Regressionsmodellen *mit Produktvariablen* sind die Invarianzverhältnisse aber komplizierter.

Im Zusammenhang mit den bedingten bzw. einfachen Effekten (vgl. Abschnitt 2.2.4.2) haben wir bereits ein numerisches Beispiel für das zu diskutierende Phänomen kennengelernt. Dabei sprachen wir allerdings nicht von einer *Komplikation*, sondern von einem *Trick* zur Realisation von Signifikanztestes für bedingte Steigungskoeffizienten. Wir haben gelernt, dass im ursprünglichen Modell (9) der Steigungskoeffizienten β_1 von DALTER gerade für den bedingten Effekt $\beta_1^{(m=0)}$ von DALTER auf GEHALT für EIGNUNG = 0 steht. Zum Testen des bedingten Dienstalterseffektes für EIGNUNG = 7,2304 ($= \overline{M} + \hat{\sigma}_M$) haben wir die Konstante 7,2304 von der Eignungsvariablen subtrahiert (EIGMM = EIGNUNG - 7,2304), anschließend eine neue Produktvariable gebildet (DAEIGMM = DALTER · EIGMM) und dann die Regression von GEHALT auf die modifizierten Variablen berechnet. Die beiden Ergebnistabellen unterscheiden sich stark bei der Beurteilung von DALTER:

a) Regression von GEHALT auf DALTER, EIGNUNG und DALTER · EIGNUNG

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta			Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	2184,724	96,959		22,532	,000	1994,105	2375,343
	dalter	-3,418	7,534	-,049	-,454	,650	-18,230	11,393
	eignung	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	-22,732	14,343
	daeig	4,529	,701	,855	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: gehalt

b) Regression von GEHALT auf DALTER, (EIGNUNG-7,2304) und DALTER · (EIGNUNG-7,2304)

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta			Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	2154,397	38,366		56,154	,000	2078,971	2229,823
	dalter	29,330	3,058	,418	9,592	,000	23,319	35,341
	eigmm	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	-22,732	14,343
	daeigmm	4,529	,701	,508	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: gehalt

Während in der Regressionsgleichung a) für DALTER ein *nicht-signifikanter*, *negativer* Regressionskoeffizient von -3,42 auftritt, wird für dieselbe Variable in Gleichung b) ein *signifikanter*, *positiver* Regressionskoeffizient von 29,33 mitgeteilt. Diese Unterschiede irritieren, wenn man den Regressionskoeffizienten zum einfachen Regressor DALTER unvorsichtig als „Haupteffekt" interpretiert. Sie sind jedoch plausibel, wenn man gemäß Abschnitt 2.2.4.2 darin einen bestimmten *bedingten* Effekt von DALTER für eine feste Ausprägung von EIGNUNG sieht.

Völlig analoge Aussagen gelten natürlich auch für die Verschiebung der Variablen DALTER um eine Konstante.

Der Regressionskoeffizient des Produktterms sowie dessen Signifikanzbeurteilung ändern sich durch die Verschiebungsaktionen *nicht*.

Im restlichen Teil dieses Abschnitts, den anwendungsorientierte Leser*innen auslassen können, folgen noch einige statistische Erläuterungen zu den Effekten von additiven Konstanten in den Prädiktoren.

Die Ergebnisse einer multiplen Regressionsrechnung basieren wesentlich auf der Korrelationsmatrix der beteiligten Variablen. Beim Übergang von EIGNUNG zu EIGMM = EIGNUNG - 7,2304 ändern sich die Korrelationen der Eignungsvariablen mit DALTER und GEHALT *nicht*, sehr wohl aber die Korrelationen der Produktvariablen mit allen Einzelvariablen, wie ein Vergleich der beiden Korrelationsmatrizen zeigt:

a) Korrelationen von GEHALT, DALTER, EIGNUNG und DALTER · EIGNUNG

	gehalt	dalter	eignung	daeig
gehalt	1,000	,685	,478	**,794**
dalter	,685	1,000	,195	**,865**
eignung	,478	,195	1,000	**,606**
daeig	**,794**	**,865**	**,606**	**1,000**

b) Korrelationen von GEHALT, DALTER, (EIGNUNG-7,2304) und DALTER · (EIGNUNG-7,2304)

	gehalt	dalter	eigmm	daeigmm
gehalt	1,000	,685	,478	**,707**
dalter	,685	1,000	,195	**,537**
eigmm	,478	,195	1,000	**,839**
daeigmm	**,707**	**,537**	**,839**	**1,000**

Die Abweichungen entstehen, weil DALTER · (EIGNUNG-7,2304) trotz der „harmlosen“ Transformation der Eignungsvariablen *keine* lineare Funktion von DALTER · EIGNUNG ist:

$$\text{DALTER} \cdot (\text{EIGNUNG-7,2304}) = \text{DALTER} \cdot \text{EIGNUNG - 7,2304} \cdot \text{DALTER}$$

Zwei unterschiedliche Korrelationsmatrizen liefern im Allgemeinen natürlich verschiedene Regressionslösungen.

Wir wollen uns noch etwas näher ansehen, wie sich die Verschiebung der Eignungsvariablen um eine Konstante auf die Regressionskoeffizienten auswirkt. Unsere ursprüngliche Modellformulierung lautet:

$$\text{GEHALT} = \beta_0 + \beta_1 \text{ DALTER} + \beta_2 \text{ EIGNUNG} + \beta_3 \text{ DALTER} \cdot \text{EIGNUNG} + \text{Fehler} \qquad (9)$$

Aus

$$\text{EIGMM} = \text{EIGNUNG - 7,2304}$$

folgt sofort:

$$\text{EIGNUNG} = \text{EIGMM + 7,2304}$$

Also lautet unser Modell in Termini von EIGMM folgendermaßen:

$$\text{GEHALT} = \beta_0 + \beta_1 \text{ DALTER} + \beta_2 \text{ (EIGMM + 7,2304)} + \beta_3 \text{ DALTER} \cdot \text{(EIGMM + 7,2304)} + \text{Fehler} \qquad (9')$$

Durch einfaches Umstellen ergibt sich:

$$\text{GEHALT} = (\beta_0 + \beta_2 \text{ 7,2304}) + (\beta_1 + \beta_3 \text{ 7,2304}) \text{ DALTER} + \beta_2 \text{ EIGMM} + \beta_3 \text{ DALTER} \cdot \text{EIGMM} + \text{Fehler}$$

Wir stellen u.a. fest:

- In den Modellen (9) und (9') erhalten wir für den jeweiligen Produktterm dasselbe Regressionsgewicht β_3. Dieses Ergebnis bestätigt unsere Beispielrechnungen.
- Dass auch die Signifikanzbeurteilung des Produktterms gleich bleiben muss, ergibt sich aus der folgenden Überlegung: Der Test für das Regressionsgewicht zum Produktterms beruht auf der Reduktion der Fehlerquadratsumme durch Aufnahme des Produktterms in ein reduziertes Modell mit den beiden einfachen Prädiktoren. Diese Fehlerquadratsummenreduktion ist aber in den Modellen (9) und (9') identisch, weil einerseits die beiden reduzierten Prädiktorenmengen:

  $$\{\text{DALTER, EIGNUNG}\} \quad \text{bzw.} \quad \{\text{DALTER, EIGNUNG - 7,2304}\}$$

  sowie andererseits die beiden vollständigen Prädiktorenmengen:

{DALTER, EIGNUNG, DALTER · EIGNUNG}
bzw.
{DALTER, EIGNUNG - 7,2304, DALTER · (EIGNUNG - 7,2304)}

linear äquivalent sind. Weil man

DALTER · EIGNUNG

leicht aus

DALTER · (EIGNUNG - 7,2304) und DALTER

berechnen kann, spannen beide Prädiktorenmengen identische lineare Räume auf.

- Das Regressionsgewicht zu DALTER ändert sich von β_1 auf (β_1 + β_3 7,2304). Wie wir aus Abschnitt 2.2.4.2 schon wissen, handelt es sich gerade um den bedingten Effekt von DALTER an der Stelle EIGNUNG = 7,2304.
- Der verschobene Prädiktor EIGMM erreicht dasselbe Regressionsgewicht β_2 wie EIGNUNG.

2.2.6.1.2 Multiplikation mit einer Konstanten

Die Multiplikation der Prädiktoren mit einer Konstanten (z. B. durch einen Wechsel der Maßeinheit) macht bei der multiplen Regression mit Produktvariablen keine Komplikationen. Wenn wir etwa die Prädiktoren X und M durch $\lambda_X X$ und $\lambda_M M$ ersetzen, dann ist die neue Produktvariable $\lambda_X X \lambda_M M = \lambda_X\lambda_M XM$ offenbar eine einfache lineare Funktion der alten Produktvariablen XM. Folglich ändert sich das Korrelationsverhalten der Variablen nicht, und alle regressionsanalytischen Ergebnisse bleiben (bis auf triviale Skalierungsanpassungen) identisch. Das Regressionsgewicht β_3 zum Interaktionsterm XM ändert sich z. B. um den Faktor $1/\lambda_X\lambda_Y$:

$$\beta_3 \rightarrow \frac{1}{\lambda_X\lambda_Y}\beta_3$$

2.2.6.2 Haupteffekte in Modellen mit und ohne Interaktion

In diesem Abschnitt werden wir uns abschließend mit der Bedeutung der Regressionskoeffizienten β_1 und β_2 zu den einfachen Prädiktoren DALTER und EIGNUNG im Modell (9) beschäftigen, wobei der etwas unklare Begriff *Haupteffekt* in die Diskussion einbezogen wird. Seit Abschnitt 2.2.4.2 wissen wir schon, dass β_1 den bedingten (einfachen) Effekt von DALTER auf GEHALT an der Stelle EIGNUNG = 0 angibt. Folglich ist β_1 nicht der „Haupteffekt" von DALTER, sondern ein spezieller bedingter Effekt an einer Stelle, die vom (willkürlichen) Nullpunkt der intervallskalierten Variablen EIGNUNG abhängt. Unser Interesse an β_1 hängt also wesentlich davon ab, welche Bedeutung die Stelle EIGNUNG = 0 besitzt. Nimmt unsere Eignungsvariable z. B. nur Werte zwischen 10 bis 20 an, dann sind β_1 und seine Signifikanzbeurteilung irrelevant. β_2, also der Regressionskoeffizient zu EIGNUNG, steht analog für den bedingten Effekt von EIGNUNG an der Stelle DALTER = 0, die aufgrund der Rationalskalenqualität von DALTER eine relevante Bedeutung hat. Offenbar gibt β_2 an, wie das Einstiegsgehalt von der EIGNUNG abhängt. Weil sich in der Stichprobe kaum Fälle mit sehr geringer Dienstzeit befanden, liegt der DALTER-Wert 0 allerdings fast im Extrapolationsbereich des Modells, so dass keine gesicherten Aussagen möglich sind. Über den „Haupteffekt" von EIGNUNG besagt β_2 jedenfalls nichts.

Wir wollen uns zwei alternative Haupteffekts-Definitionen ansehen:

a) **Haupteffekt als identischer Effekt** (für alle Ausprägungskombinationen der anderen Prädiktoren) Ein Haupteffekt in diesem Sinn ist nur dann definiert, wenn *keine Interaktionen* vorliegen. Dies ist etwa in einem additiven Regressionsmodell von der Gestalt (8) der Fall. Hier ist der Effekt eines Prädiktors X_1 für alle Ausprägungskombinationen der anderen Prädiktoren identisch.

b) **Haupteffekt als mittlerer bedingter Effekt (MBE-Haupteffekt)** Hier sind Interaktionen erlaubt, die bekanntlich dazu führen, dass sich die bedingten Effekte eines Regressors für verschiedene Ausprägungskombinationen der anderen Prädiktoren unterscheiden. Welchen „Haupteffekt“ soll man in einem Modell nach dem Muster von Gleichung (9) einem Regressor zuschreiben, der z. B. sowohl positive als auch negative bedingte Effekte besitzt? Wenn schon ein „Haupteffekt“ zugeschrieben werden soll, bietet sich der Mittelwert der bedingten Effekte an. Im einem Modell nach dem Muster von Gleichung (9) definiert man also den Haupteffekt durch das Mittel der bedingten Steigungskoeffizienten.

Die zweite Haupteffektsdefinition ist allgemeiner, weil im Fall identischer bedingter Effekte (keine Interaktionen) der dann definierte Haupteffekt gemäß Definition a) mit dem Haupteffekt gemäß Definition b) übereinstimmt.

Beim MBE-Haupteffekt muss man nach der verwendeten Methode zum Mitteln der bedingten Effekte noch zwischen der *gewichteten* (MBE_g) und der *ungewichteten* Variante (MBE_u) unterscheiden. Bei einem diskreten (z. B. kategorialen) Moderator (vgl. Abschnitt 2.3.2) stehen das *gewichtete* und das *ungewichtete* Mittel zu Wahl, während bei einem (quasi)stetigen Moderator in der Regel das gewichtete Mittel bevorzugt wird. Das *gewichtete* Mittel hängt von der Verteilung des Moderators ab, d.h.:

- Um den MBE_g - Haupteffekt für eine Population zu schätzen, benötigt man eine repräsentative Stichprobe.
- Für zwei Populationen mit identischen bedingten Effekten des Regressors, aber unterschiedlichen Verteilungen des Moderators, erhält man verschiedene MBE_g - Haupteffekte.

2.2.6.3 MBE_g - Haupteffekt schätzen und testen

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass man den Haupteffekt eines Prädiktors (z. B. DALTER) im Sinn des gewichteten Mittels der bedingten Effekte (Abk.: MBE_g) bequem ermitteln und testen kann. Zur Vereinfachung der Darstellung gehen wir im Folgenden davon aus, dass der zweite Prädiktor *diskrete* Werte annimmt, so dass sein Erwartungs(bzw. Mittel-)wert per Summation definiert ist. Analoge Ergebnisse erhält man auch für kontinuierliche Prädiktoren, wobei die Darstellung durch das mathematisch weniger vertraute Integral erschwert wird. Der bequemen Bezeichnung halber betrachten wir den MBE_g des Regressors.

Wenn mit $\beta_1^{(m)}$ der bedingte Effekt des Regressors für den Moderatorwert *m*, mit P(*m*) die Wahrscheinlichkeit dieser Moderatorausprägung und mit E(*M*) der Erwartungswert von *M* bezeichnet wird, dann ist der Haupteffekt des Regressors *X* im Sinn des gewichteten Mittels der bedingten Effekte im bilinearen Interaktionsmodell folgendermaßen zu bestimmen:

$$\begin{aligned}\text{MBE}_\text{g}(X) &= \sum_m \text{P}(m)\beta_1^{(m)} \\ &= \sum_m \text{P}(m)(\beta_1 + \beta_3 m) \\ &= \beta_1 \sum_m \text{P}(m) + \beta_3 \sum_m \text{P}(m)m \\ &= \beta_1 + \beta_3 \text{E}(M)\end{aligned}$$

Folglich ist der MBE_g von *X* gerade identisch mit dem bedingten *X*-Effekt für den Erwartungswert des Moderators (siehe z. B. Gleichung (9')). Man kann ihn schätzen durch Verwendung von $\overline{M}$ anstelle von E(*M*).

Beachten Sie, dass zur Herleitung dieser Aussagen die Gleichung (13) verwendet wurde, die nur für das bilineare Interaktionsmodell gilt.

Wer auch *testen* möchte, ob der MBE_g - Haupteffekt von null verschieden ist, kann das in Abschnitt 2.2.4.2 beschriebene Verfahren einsetzen, wobei als interessierende Stelle *m* der Erwartungswert des Moderators zu wählen ist. Dabei tritt allerdings eine kleine Komplikation auf: Normalerweise ist der Erwartungswert des Moderators nicht bekannt und muss aus der Stichprobe geschätzt werden. Das in Abschnitt 2.2.4.2 beschrieben Verfahren gilt jedoch nur für *bekannte*, d.h. vor dem Experiment schon numerisch fixierte Ausprägungen des Moderators. Infolgedessen ist der t-Test für den MBE_g-Haupteffekt zu liberal, d.h. sein α-Fehlerrisiko ist erhöht. Die Verzerrung ist umso stärker, je kleiner die Stichprobe ist (vgl. Aiken & West 1991, S. 21f).

Das folgende SPSS-Programm führt für unser Beispiel unter Verwendung der SPSS-Datendatei **gehalt.sav** die Moderatoranalyse mit *zentrierten* Varianten der Regressoren EIGNUNG und DALTER durch:

```
compute  mdalter = dalter - 12.497.
compute  meignung = eignung - 10.218.
compute  mdaeig = mdalter * meignung.

REGRESSION
  /STATISTICS COEFF OUTS CI R ANOVA
  /DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N
  /DEPENDENT gehalt
  /METHOD=ENTER mdalter meignung mdaeig.
```

Wir erhalten die folgende **Koeffizienten**-Tabelle:

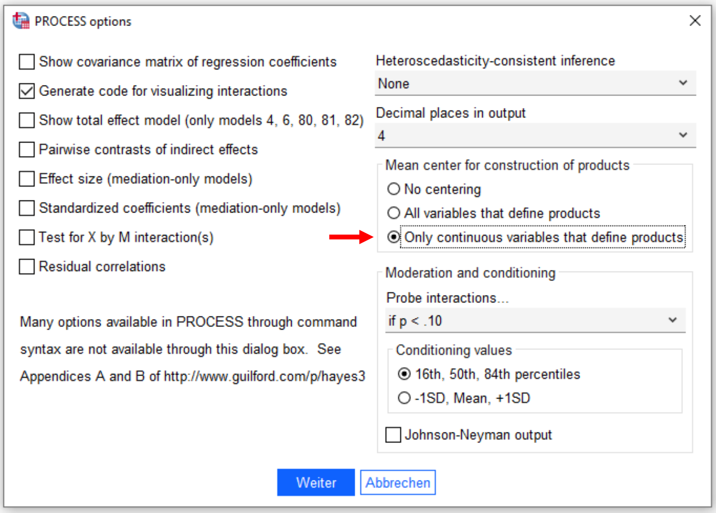
Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	2677,506	12,923		207,194	,000	2652,100	2702,912
	mdalter	42,861	2,185	,611	19,620	,000	38,567	47,156
	meignung	52,408	4,356	,376	12,031	,000	43,843	60,972
	mdaeig	4,529	,701	,198	6,459	,000	3,151	5,908

a. Abhängige Variable: gehalt

Wie stellen signifikante positive MBE_g - Haupteffekte für DALTER und EIGNUNG fest. Bei gewichteter Mittelung über alle EIGNUNGS-Werte steigt z. B. mit jedem Dienstjahr das Gehalt um durchschnittlich 42,86 Euro an.

Mit dem Makro PROCESS (vgl. Abschnitt 1.2) von Andrew Hayes kann man diese Ergebnistabelle auch ohne explizite Datentransformation anfordern. Bei interaktiver Arbeitsweise öffnet man den PROCESS-Subdialog **Options** und markiert im Rahmen **Mean center for construction of products** das Kontrollkästchen **Only continuous variables that define products**:



Wer die Bedienung per Syntax bevorzugt, verwendet das PROCESS-Subkommando `center=2:`[1]

```
process y=gehalt /x=dalter /w=eignung /model=1 /plot=1 /jn=1 /center=2.
```

PROCESS liefert erwartungsgemäß dieselben Ergebnisse wie SPSS-REGRESSION:[2]

```
OUTCOME VARIABLE:
 gehalt

Model Summary
          R       R-sq        MSE          F        df1        df2          p
      ,7943      ,6309 64456,6264   225,6742     3,0000   396,0000      ,0000

Model
              coeff         se          t          p       LLCI       ULCI
constant  2677,4739    12,9228   207,1906      ,0000  2652,0681  2702,8797
dalter      42,8592     2,1846    19,6185      ,0000    38,5643    47,1542
eignung     52,4070     4,3562    12,0305      ,0000    43,8429    60,9711
Int_1        4,5292      ,7013     6,4586      ,0000     3,1506     5,9079

Product terms key:
 Int_1    :        dalter   x        eignung

. . .

NOTE: The following variables were mean centered prior to analysis:
          eignung  dalter
```

Neben den von allen linearen Transformationen der Prädiktoren unbeeindruckten Ergebnissen zum Interaktionsterm erhalten wir diesmal verwertbare Haupteffektsbeurteilungen.

Es soll noch einmal daran erinnert werden, dass die Interpretation eines Haupteffekts bei Anwesenheit einer Interaktion nicht unbedingt sinnvoll ist, weil wesentliche Teile der vorhandenen Information ignoriert werden. Wenn die bedingten Effekte unterschiedliche Vorzeichen besitzen, kann der Haupteffekt z.B. gleich null sein. Bei bestehender Interaktion muss man auf jeden Fall, wie in Abschnitt 2.2.3 demonstriert, die bedingten Effekte numerisch und grafisch darstellen.

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

[2] Die kleinen Abweichungen resultieren daraus, dass wir in der obigen SPSS-Syntax für die Stichprobenmittelwerte nur drei Dezimalstellen verwendet haben.

2.2.7 Zentrieren und Multikollinearität

Viele anerkannte Bücher zur Regressionsanalyse (z. B. Cohen et al. 2003) empfehlen das Zentrieren von metrischen Interaktionspartnern zur Vermeidung von schädlichen Effekten der naturgemäß hohen Korrelationen zwischen einem Produkt und seinen Faktoren (Multikollinearität). Hayes (2018, S. 304ff) belegt, dass mit Ausnahme von extremen Fällen (z. B. Produkt aus *hoch korrelierten* Regressoren als Interaktionsterm) das Zentrieren als Maßnahme gegen die Multikollinearität überflüssig und wirkungslos ist.

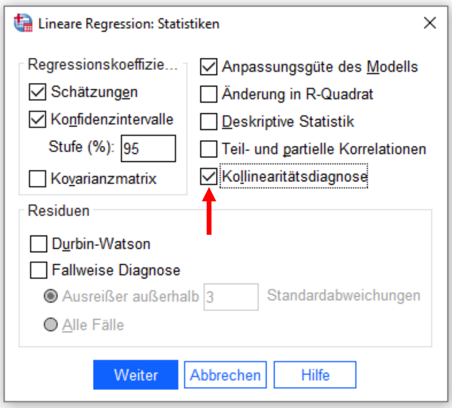
Unbestreitbar ist das Produkt aus zwei metrischen Regressoren mehr oder weniger hoch mit seinen Faktoren korreliert. Infolgedessen liegt bei den Regressoren in einem Moderatormodell der Anteil der eigenständigen, von den anderen Regressoren nicht erklärbaren Varianz (die sogenannte *Toleranz*) oft unter der kritischen Grenze von 0,10. Das passiert auch in unserem Beispiel:[1]

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			Kollinearitätsstatistik	
		Regressionskoeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Toleranz	VIF
1	(Konstante)	2184,724	96,959		22,532	,000		
	dalter	-3,418	7,534	-,049	-,454	,650	,081	12,369
	eignung	-4,194	9,429	-,030	-,445	,657	,204	4,911
	daeig	4,529	,701	,855	6,459	,000	,053	18,785

a. Abhängige Variable: gehalt

Um von der SPSS-Prozedur REGRESSION die Ausgabe von Toleranzwerten anzufordern, öffnet man den Subdialog **Statistiken** und markiert dort die **Kollinearitätsdiagnose**:



Unbestreitbar ist auch die drastische Reduktion der Korrelation zwischen dem Produkt und seinen Faktoren durch das Zentrieren der Faktoren. Weil die Toleranz (bzw. ihr als *Varianzinflationierungsfaktor* bezeichneter Kehrwert) den Standardfehler eines Regressors wesentlich beeinflusst, sollte das Zentrieren von großem Nutzen für die Inferenzstatistik zum Produktterm in einem Moderatormodell sein. Weil das Zentrieren aber auch die Varianz des Produkts reduziert, und sich die beiden Wirkungen aufheben, ändert sich *nichts* bei der Inferenzstatistik zum Produktterm.

Die Änderungen bei der Inferenzstatistik zu den *Faktoren* resultieren aus ihrer veränderten Bedeutung (siehe Abschnitt 2.2.6.3) und stehen in keinem Zusammenhang mit der Multikollinearität.

In diesem Abschnitt soll keinesfalls vom Zentrieren der Prädiktoren abgeraten werden. Diese Maßnahme ist sinnvoll, wenn in einem Moderationsmodell eine Haupteffektsbeurteilung gewünscht ist. Es wird lediglich demonstriert, dass die Reduktion der Multikollinearität nicht als Argument für das Zentrieren taugt.

[1] Für diese Tabelle wurden aus Platzgründen die Konfidenzintervalle abgeschaltet.

2.2.8 Standardisierte Lösungen

Die Varianz des Kriteriums und die Varianzen der Prädiktoren, die wiederum u.a. von den letztlich willkürlichen Maßeinheiten der Variablen abhängen, haben bekanntlich einen erheblichen Einfluss auf die bisher diskutierten unstandardisierten Regressionskoeffizienten. Zur Erleichterung der Interpretation liefern Statistikprogramme bei einer linearen Regressionsanalyse regelmäßig auch die aus *standardisierten* Variablen (mit dem Mittelwert 0 und der Standardabweichung 1) berechneten Beta-Gewichte:

- Bei vielen Variablen (z. B. EIGNUNG) ist die Maßeinheit unklar, und man bezieht sich gerne ersatzweise auf statistische Begriffe. Man möchte z. B. die Aussage „Bei einer um 5 Testpunkte höheren Eignung ...“ ersetzten durch „Bei einer um zwei Standardabweichungen höheren Eignung ...“.
- Wenn alle metrischen Prädiktoren einer Regressionsgleichung standardisiert sind, kann man ihre Gewichte (Effekte) nach üblicher Auffassung besser vergleichen. Im Abschnitt 1.5 wurde z. B. berichtet, dass PROCESS von allen jemals vorgeschlagenen Effektstärkemaßen in Mediationsmodellen aktuell nur noch den partiell und den vollständig standardisierten (direkten, indirekten oder totalen) Effekt berechnet.
- Allerdings ist zu bedenken, dass nach dem Standardisieren der Effekt eines Prädiktors auch von seiner Varianz abhängt. Die Varianz eines Prädiktors, die oft von eigenständigem Interesse ist, sollte aber von seinem kausalen Effekt getrennt betrachtet werden. Es kann z. B. passieren, dass ein Prädiktor in zwei Populationen oder zu zwei Beobachtungszeitpunkten dieselbe kausale Wirkung besitzt, aber unterschiedliche Varianzen. In diesem Fall resultieren unterschiedliche standardisierte Effektstärken, die zu einer falschen Interpretation führen können.

Zur Berechnung der Beta-Gewichte in einer linearen Regression werden alle Prädiktoren sowie das Kriterium vor der eigentlichen Analyse standardisiert. Mit Z_Y, Z_X, Z_M und Z_{XM} seien die standardisierten Varianten von Y, X, M und XM bezeichnet, auf denen die unaufgefordert von der SPSS-Prozedur REGRESSION für ein Regressionsmodell mit Produktterm berechneten Beta-Koeffizienten beruhen. Leider stellt sich heraus, dass die Regressionsgleichung:

$$\hat{Z}_Y = \beta_1 Z_X + \beta_2 Z_M + \beta_3 Z_{XM}$$

nicht zu der gewünschten Modellklasse gemäß Formel (9) gehört, weil Z_{XM} im Allgemeinen *nicht* das Produkt von Z_X und Z_M ist.

Daher sollte eine standardisierte Lösung folgendermaßen ermittelt werden (vgl. Aiken & West, 1991, S. 43f):

- Man erstellt die standardisierten Varianten Z_Y, Z_X und Z_M zum Kriterium Y sowie zu den Prädiktoren X und M.
- Man erstellt die Produktvariable $\tilde{Z}_{XM} := Z_X Z_M$.
- Man rechnet eine Regressionsanalyse mit dem Kriterium Z_Y sowie den Prädiktoren Z_X, Z_M und $\tilde{Z}_{XM}$. Die dabei erzielten *unstandardisierten* Regressionsgewichte liefern gerade die angemessene standardisierte Lösung.

Diese Strategie wird für unser Beispiel durch die folgende SPSS-Syntax realisiert:

```
compute  sgehalt = (gehalt - 2693.103)/416.343.
compute  sdalter = (dalter - 12.497)/5.933.
compute  seignung = (eignung - 10.218)/2.987.
compute  sdaeig = sdalter * seignung.

REGRESSION
  /STATISTICS COEFF OUTS CI R ANOVA
  /DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N
  /DEPENDENT sgehalt
  /METHOD=ENTER sdalter seignung sdaeig.
```

In der mit **Regressionskoeffizient B** überschriebenen Spalte befindet sich die gesuchte Lösung:

Koeffizienten [a]

		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
Modell		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	-,037	,031		-1,207	,228	-,098	,024
	sdalter	,611	,031	,611	19,620	,000	,550	,672
	seignung	,376	,031	,376	12,031	,000	,315	,437
	sdaeig	,193	,030	,198	6,459	,000	,134	,251

a. Abhängige Variable: sgehalt

Bei Variablen *mit* natürlicher Maßeinheit ist der Nutzen des Standardisierens übrigens zweifelhaft. Aus dem zentrierten Modell in Abschnitt 2.2.6.3 konnten wir z. B. lernen, dass mit jedem Jahr der Betriebszugehörigkeit das Gehalt im Mittel um 42,86 € steigt (gewichtet gemittelter bedingter Effekt von DALTER). Nach dem Standardisieren ist zu erfahren, dass bei Zunahme des Dienstalters um eine Standardabweichung das Gehalt im Mittel um 0,61 Standardabweichungen steigt.

2.2.9 Kontrollvariablen

Wird ein Modell mit dem Kriterium Y, dem Regressor X und dem Moderator M um zusätzliche Prädiktoren (Kontrollvariablen, Kovariaten) $C_1, \ldots, C_k$ ohne Beteiligung an der ($X \times M$) – Interaktion erweitert, so ändern sich zwar im Allgemeinen die geschätzten Regressionskoeffizienten, doch die oben beschriebenen Interpretationsregeln und Verfahren zum Interaktionseffekt, zu den bedingten Effekten und zu den Haupteffekten (im Sinne von gemittelten bedingten Effekten) bleiben gültig.

Aus der Regressionsgleichung

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 XM + \gamma_1 C_1 + \ldots + \gamma_k C_k$$

gewinnt man leicht eine Formulierung mit der vertrauten Darstellung für die bedingten Effekte des Regressors bei festen Ausprägungen des Moderators (vgl. Gleichung (13)):

$$\hat{Y} = (\beta_0 + \beta_2 M) + (\beta_1 + \beta_3 M)\, X + \gamma_1 C_1 + \ldots + \gamma_k C_k$$

Wie bei den oben betrachteten Modellen wird die ($X \times M$) – Interaktion über den Signifikanztest zu β_3 inferenzstatistisch beurteilt. Nach wie vor ist β_1 identisch mit dem bedingten X-Effekt für $M = 0$ bei beliebigen Werten der anderen Prädiktoren, so dass sich Tests und Vertrauensintervalle für bedingte Effekte zu speziellen Moderatorausprägungen gemäß Abschnitt 2.2.4.2 sowie Signifikanzregionen gemäß Abschnitt 2.2.4.3 konstruieren lassen. Ist M zentriert, dann ist β_1 identisch mit dem bedingten X-Effekt für den Mittelwert von M, der nach den Überlegungen von Abschnitt 2.2.6.3 gerade mit dem MBE_g - Haupteffekt von X, also mit dem gewichteten Mittel der bedingten X-Effekte übereinstimmt.

Bei der Moderatoranalyse mit der SPSS-Prozedur REGRESSION werden Kontrollvariablen als weitere unabhängige Variablen aufgenommen. Beim Makro PROCESS werden Kontrollvariablen in Moderatormodelle genauso einbezogen wie in Mediatormodelle (siehe Abschnitt 1.4).

2.3 Alternative Interaktionsmodelle

Das bisher behandelte bilineare Interaktionsmodell lässt sich auf vielfältige Weise verallgemeinern, und im Abschnitt 2.3 wird eine kleine Auswahl resultierender Modelle vorgestellt:

- In Abschnitt 2.3.1 betrachten wir ein Modell mit bedingten *quadratischen* Regressionen von Y auf X, deren Parameter durch einen metrischen Moderator im linearen Sinn beeinflusst werden.
- In Abschnitt 2.3.2 geht es um Modelle mit einem *kategorialen* Moderator.
- In Abschnitt 2.3.3 wird ein Modell mit einer *Dreifachinteraktion* vorgestellt.

Aus Zeitgründen können die ebenfalls wichtigen Modellen mit *zwei oder mehr* auf die Regression von Y auf X einwirkenden Moderatoren nicht behandelt werden (siehe z. B. Hayes 2018, S. 320ff). Bei zwei parallel agierenden Moderatoren ergibt sich z. B. das folgende konzeptionelle Pfaddiagramm:

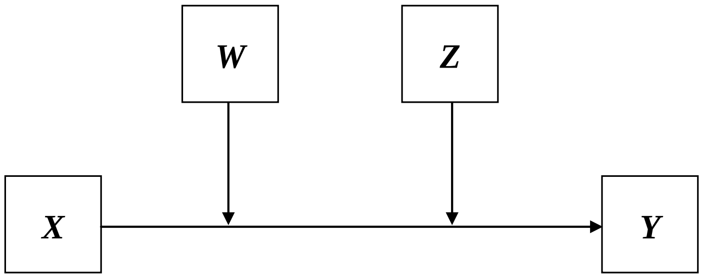


Abbildung 21: Der bedingte Effekt eines Regressors wird von zwei Moderatoren beeinflusst (Modell 2 in PROCESS).

2.3.1 Linear moderierte quadratische Regression

In diesem Abschnitt betrachten wir den Fall einer linear moderierten quadratischen Regression. Dabei hat die bedingte Regression eines Kriteriums Y auf einen Regressor X für feste Werte eines Moderators M eine *quadratische* Form, und deren drei Koeffizienten hängen jeweils im *linearen* Sinn vom Moderator ab:[1]

$$\begin{aligned} Y &= \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 M + \beta_4 MX + \beta_5 MX^2 + \varepsilon \\ &= (\beta_0 + \beta_3 M) + (\beta_1 + \beta_4 M) X + (\beta_2 + \beta_5 M) X^2 + \varepsilon \end{aligned}$$

In der Datei **modquad.sav**, die an der im Vorwort vereinbarten Stelle im Ordner **Moderation** zu finden ist, sind simulierte Stichprobendaten ($N = 400$) aus einer Population mit einem wahren Modell vom beschriebenen Typ enthalten:

$$Y = X + X^2 - MX + MX^2 + \varepsilon$$

Der Regressor X variiert von -3 bis 3, und der Moderator M nimmt Werte von 0 bis 2 an. Mit dem Wert des Moderators wächst die Krümmung in den bedingten Regressionen von Y auf X. In der folgenden Abbildung sind die bedingten Regressionen für die Moderatorwerte 0 (blau, unten), 1 (rot, Mitte) und 2 (grün, oben) dargestellt:

[1] Bei diesem Modell agieren X und M *nicht* symmetrisch.

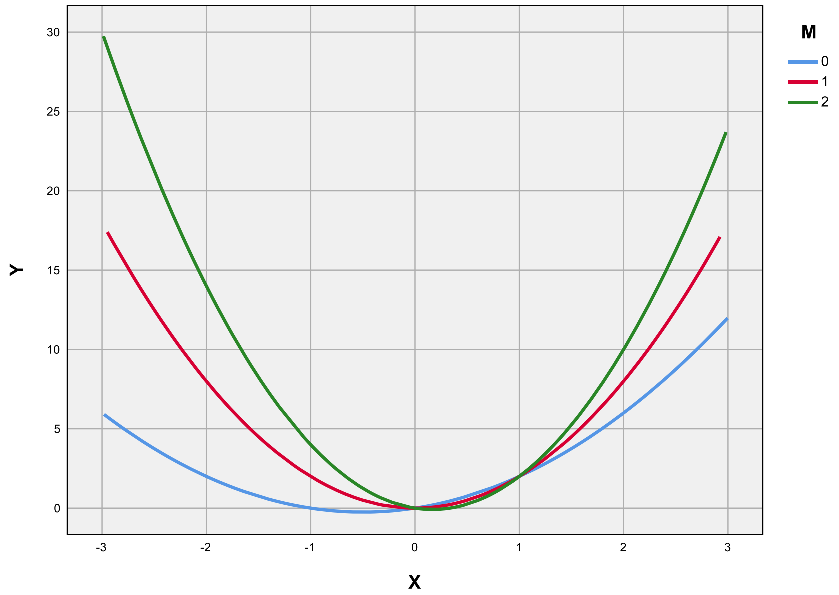


Abbildung 22: Prognosen in einem Modell mit linear moderierter quadratischer Regression für konkrete Werte des Moderators

Hier ist der (mit R erstellte) 3D-Plot der Modellprognosen zu sehen:

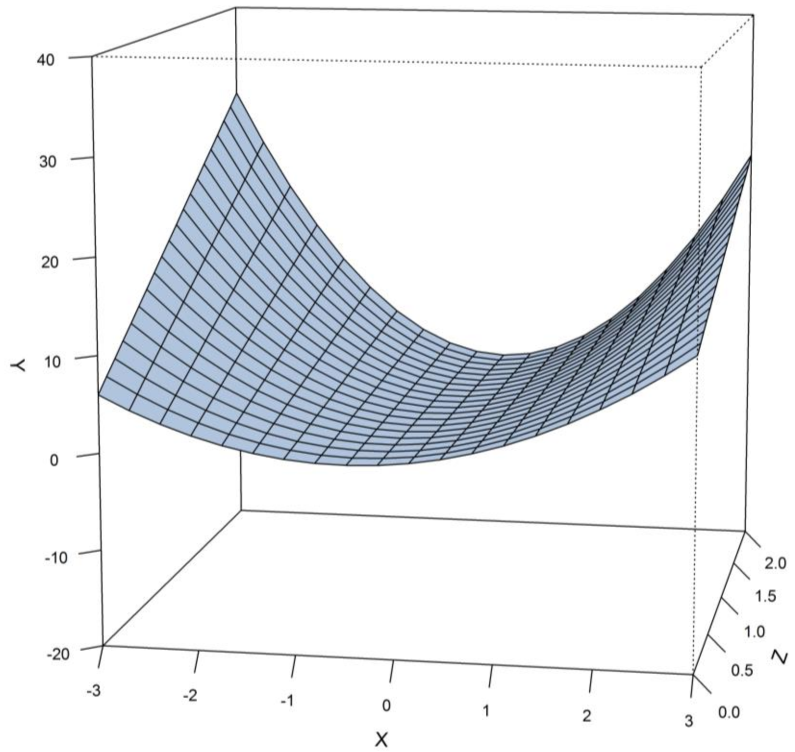


Abbildung 23: 3D-Darstellung der Prognosen eines Modells mit linear moderierter quadratischer Regression

Zur inferenzstatistischen Beurteilung der auf *zwei* Produktvariablen basierenden Interaktion führt man eine hierarchische Regressionsanalyse durch und vergleicht per F-Test die Erklärungsleistungen der beiden folgenden Modelle:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 M + \varepsilon$$
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 M + \beta_4 MX + \beta_5 MX^2 + \varepsilon$$

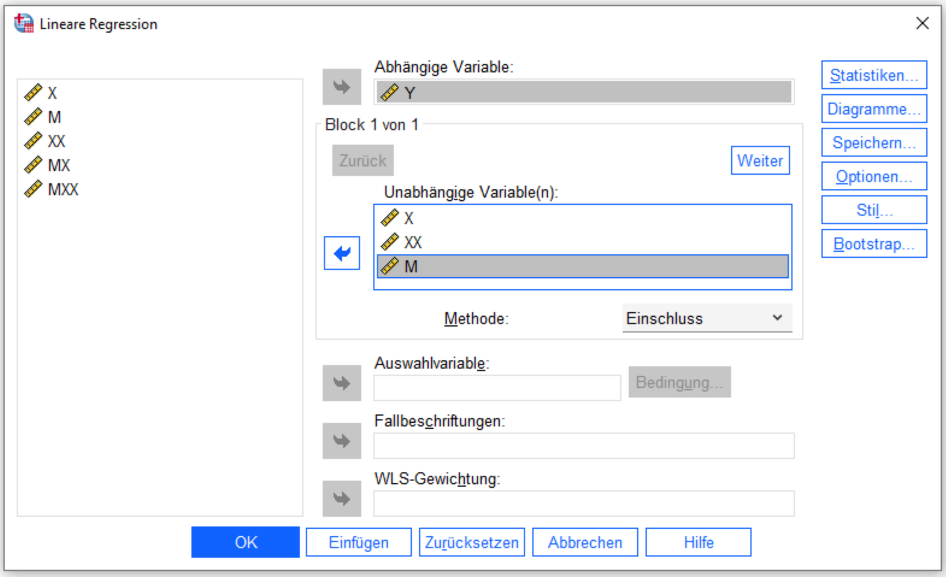
Für die statistische Analyse benötigen wir neben den Ausgangsvariablen *Y*, *X* und *M* auch die abgeleiteten Variablen X^2, *MX* und MX^2, die man in SPSS z. B. mit den folgenden COMPUTE-Kommandos erstellen kann:

```
compute  XX  = X*X.
compute  MX  = M*X.
compute  MXX = M*XX.
execute.
```

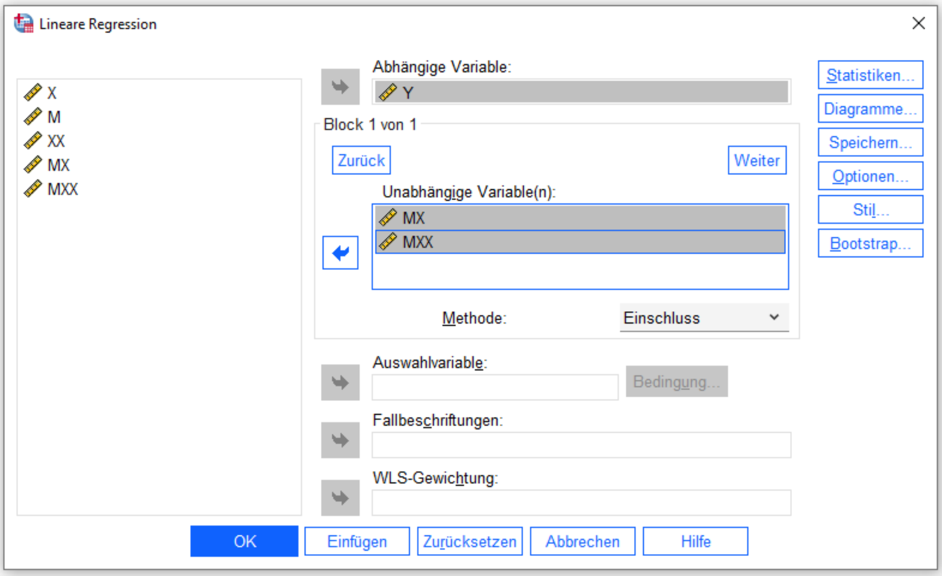
Um mit der REGRESSION-Prozedur von SPSS per Dialogbox eine hierarchische Regressionsanalyse anzufordern, wählt man nach dem Menübefehl

Analysieren > Regression > Linear

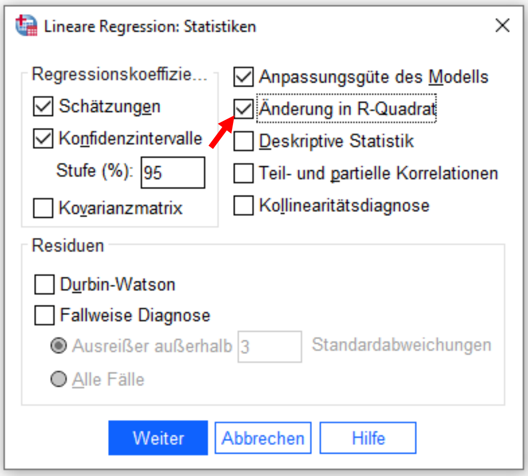
zunächst die Variablen des eingeschränkten Modells (ohne Interaktion)



und klickt dann auf **Weiter**, um als zweiten Block die beiden Produktterme als **unabhängige Variablen** aufzunehmen:



In der **Statistiken** - Subdialogbox verlangt man über die Voreinstellung hinausgehend noch Konfidenzintervalle sowie die statistische Beschreibung und Beurteilung der R^2-Änderung bei der Modellerweiterung:



Im Beispiel resultieren ein (nicht-adjustierter) R^2-Zuwachs von ca. 2,1%

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers	Statistikwerte ändern: Änderung in R-Quadrat	Änderung in F	df1	df2	Sig. Änderung in F
1	,496 [a]	,246	,240	10,02478	,246	43,042	3	396	,000
2	,517 [b]	,267	,258	9,90818	,021	5,688	2	394	,004

a. Einflußvariablen : (Konstante), M, XX, X

b. Einflußvariablen : (Konstante), M, XX, X, MX, MXX

und ein signifikanter F-Test (p = 0,004). Die Nullhypothese, dass die Regressionsgewichte β_4 und β_5 zu den Produkttermen beide gleich null seien,

$$H_0: \beta_4 = \beta_5 = 0$$

ist damit zu verwerfen.

Die geschätzten Regressionsgewichte liegen relativ nahe bei den bekannten Werten der simulierten Population:

Koeffizienten [a]

Modell: 2

	Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
(Konstante)	-,978	1,521		-,643	,521	-3,968	2,012
X	1,602	,586	,240	2,733	,007	,450	2,755
XX	1,147	,388	,265	2,955	,003	,384	1,910
M	,442	1,308	,022	,338	,736	-2,130	3,013
MX	-1,080	,511	-,186	-2,113	,035	-2,085	-,075
MXX	,839	,331	,258	2,531	,012	,187	1,490

a. Abhängige Variable: Y

Eine Ausnahme macht der eher schlecht geschätzte Koeffizient zum Regressor X. Hier liegt ein Kollinearitätsproblem vor, das tatsächlich durch Zentrieren von X behoben werden kann (siehe Baltes-Götz 2019 zum Zentrieren und zur Multikollinearität bei der polynomischen Regression).

Hinweise zur Detailanalyse einer linear moderierten quadratischen Regression finden sich in Aiken & West (1991, S. 62ff). Wie von PROCESS 3.x einige Unterstützung bei der Analyse von linear moderierten quadratischen Regressionen zu erhalten ist, erläutert Hayes (2017).

2.3.2 Interaktion von kategorialen und metrischen Prädiktoren

Wir behandeln nun Interaktionsmodelle unter Beteiligung von *kategorialen* Prädiktoren. Dabei beschränken wir uns auf dichotom-kategoriale Prädiktoren und benötigen somit nicht die in PROCES 3 vorhandene Unterstützung für kategoriale Variablen mit *mehr als zwei* Ausprägungen.

2.3.2.1 Indikatorkodierung des kategorialen Prädiktors

In diesem Abschnitt betrachten wir einen kategorialen Moderator mit zwei Ausprägungen, der den linearen Effekt eines metrischen Regressors X auf ein Kriterium Y beeinflusst. Weil der kategoriale Moderator nur zwei Ausprägungen besitzt und folglich nur *eine* Kodiervariable G benötigt, hat das resultierende Modell exakt die Struktur von Gleichung (9):

$$\begin{aligned} Y &= \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 G + \beta_3 GX + \varepsilon \\ &= (\beta_0 + \beta_2 G) + (\beta_1 + \beta_3 G) X + \varepsilon \end{aligned} \tag{17}$$

Wird für G die sogenannte **Indikator-** bzw. **Dummy-Kodierung** verwendet (mit den Werten 0 bzw. 1 für die beiden Gruppen), dann gilt für die bedingten Regressionen in den beiden Gruppen:

$$\begin{aligned} G = 0:\; & Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \\ G = 1:\; & Y = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3) X + \varepsilon \end{aligned}$$

Hier steht β_3 für den Gruppenunterschied zwischen den beiden bedingten Steigungen und damit für die Interaktion.

Ein kategorialer Moderator mit k Ausprägungen wird durch (k - 1) Kodiervariablen G_1, G_2, …, G_{k-1} im Design repräsentiert. Für die Interaktion mit dem metrischen Regressor X werden ebenso viele Produktvariablen G_1X, G_2X, …, $G_{k-1}X$ benötigt (siehe z. B. Cohen et al. 2003, S. 275ff).

In der Datei **modqual.sav**, die an der im Vorwort vereinbarten Stelle im Ordner **Moderation** zu finden ist, sind simulierte Stichprobendaten (N = 300) aus einer Population mit einem Modell von der in Gleichung (17) beschriebenen Bauart (mit Indikatorkodierung für G) enthalten, wobei der Einfachheit halber einige Koeffizienten auf 0 gesetzt wurden:

$$Y = 1 + 2 \cdot GX + \varepsilon$$

Damit wird z. B. festgelegt, dass X in der Gruppe mit G = 0 keinen Effekt hat.

In der folgenden Abbildung ist ein gruppiertes Streudiagramm mit den beiden G-bedingten Regressionsgeraden zu sehen:

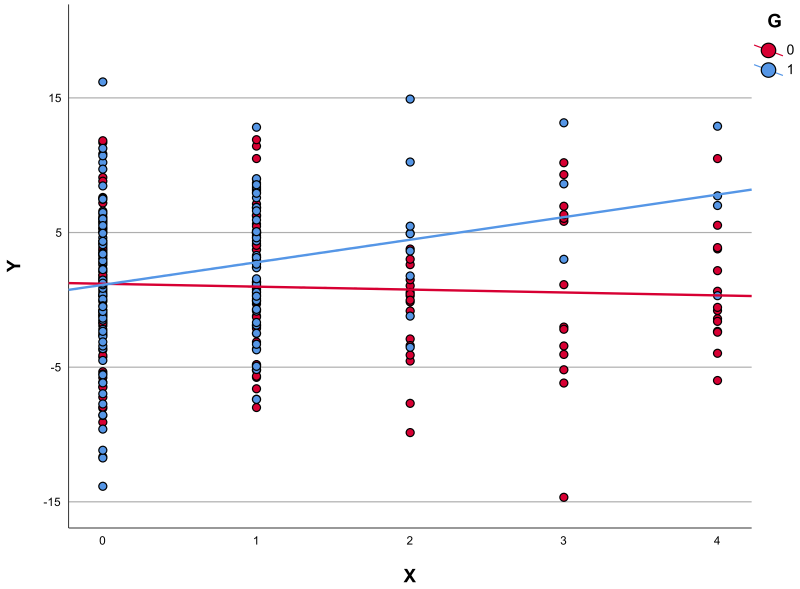
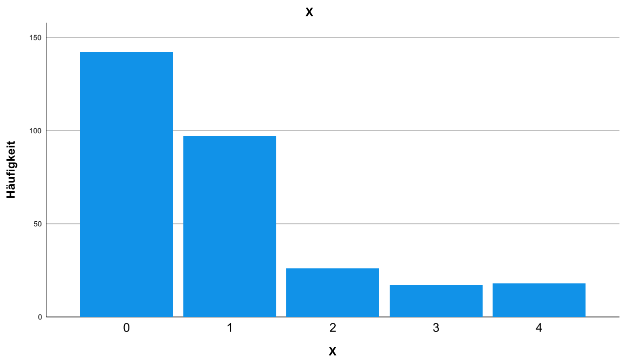
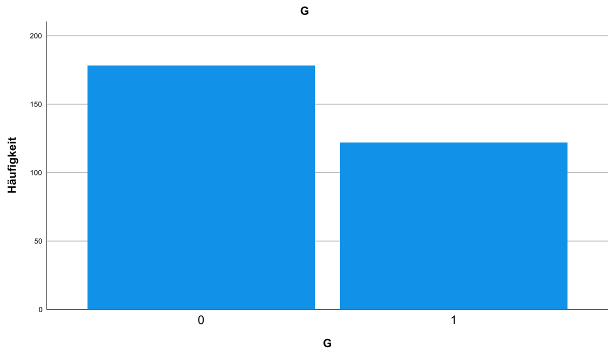


Abbildung 24: Der dichotome Faktor *G* moderiert die Regression von *Y* auf *X*

Die beiden Prädiktoren sind asymmetrisch verteilt





und besitzen eine moderate negative Korrelation:

Korrelationen

		G
X	Korrelation nach Pearson	-,193
	Signifikanz (2-seitig)	,001
	N	300

Hier sind die bedingten *X*-Verteilungen in den beiden Gruppen zu sehen:

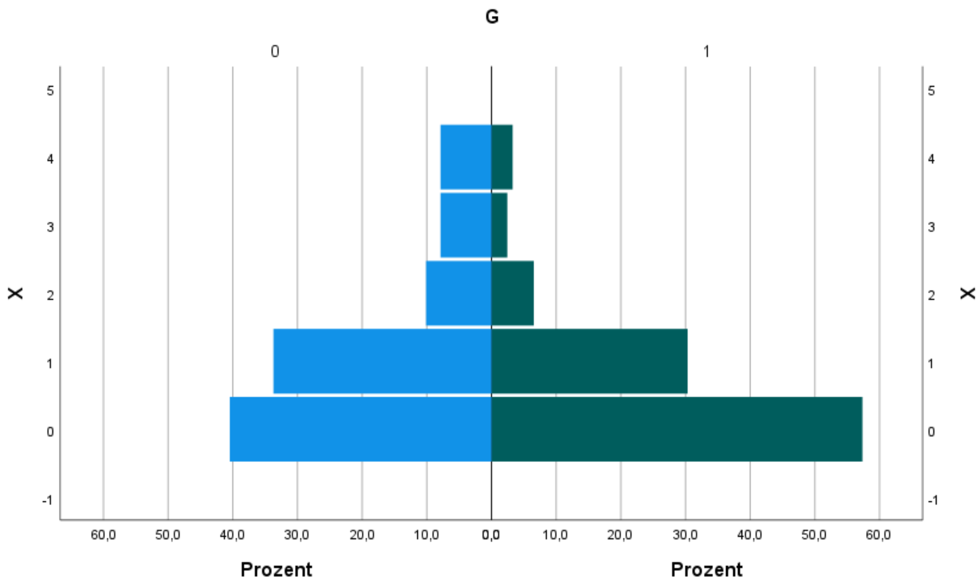


Abbildung 25: Moderate Korrelation zwischen dem dichotomen Faktor *G* und dem metrischen Regressor *X*

Bei der Regression von *Y* auf *X*, *G* und das Produkt *GX* resultiert ein signifikanter Interaktionseffekt, der für einen eigenständigen Erklärungsbeitrag von 0,033 (quadrierte semipartielle Korrelation) verantwortlich ist:

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze	Korrelationen: Nullter Ordnung	Korrelationen: Partiell	Korrelationen: Teil
1	(Konstante)	1,196	,521		2,296	,022	,171	2,221			
	X	-,216	,317	-,047	-,683	,495	-,839	,407	,047	-,040	-,039
	G	-,081	,771	-,008	-,105	,916	-1,598	1,436	,113	-,006	-,006
	GX	1,892	,589	,243	3,214	,001	,733	3,050	,222	,184	,182

a. Abhängige Variable: Y

Zur Interpretation der Regressionskoeffizienten:

- Der Koeffizient zu *X* (b_1) steht für den geschätzten bedingten *X*-Effekt in der Gruppe mit $G = 0$ und ist erwartungsgemäß *nicht* signifikant (siehe Abbildung 24). Um einen Test für die bedingte Steigung in der anderen Gruppe zu erhalten, wendet man die in Abschnitt 2.2.4.2 beschriebene Transformationstechnik an, vertauscht also die Kodierungen der beiden Gruppen. Im Beispiel resultiert dann ein signifikanter bedingter Effekt:

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressions-koeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	1,115	,568		1,962	,051	-,003	2,233
	X	1,676	,496	,362	3,377	,001	,699	2,652
	GR	,081	,771	,008	,105	,916	-1,436	1,598
	GRX	-1,892	,589	-,388	-3,214	,001	-3,050	-,733

a. Abhängige Variable: Y

- Der Koeffizient für *G* (b_2) steht für den geschätzten bedingten *G*-Effekt (Gruppenunterschied) für $X = 0$ und ist konform mit dem wahren Modell und der Abbildung 24 *nicht* signifikant.
- Der Koeffizient zum Produkt *GX* (b_3) schätzt die Steigungsdifferenz zwischen den beiden Gruppen und ist erwartungsgemäß signifikant.

Die Tatsache, dass der bedingte Effekt in *einer* Gruppe als signifikant beurteilt wird, in der anderen Gruppe hingegen nicht, ist übrigens *kein* Beleg für eine signifikante Interaktion. Entscheidend ist, ob sich die beiden bedingten Steigungen signifikant voneinander unterscheiden, und diese Frage wird über den Signifikanztest zur Produktvariablen geprüft.

Subtrahiert man von *X* sein arithmetisches Mittel, dann resultiert für *G* ein Regressionsgewicht mit alternativer Bedeutung und Signifikanzbeurteilung:

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	1,000	,395		2,535	,012	,224	1,777
	XWZ	-,216	,317	-,047	-,683	,495	-,839	,407
	G	1,634	,629	,151	2,598	,010	,396	2,872
	GXWZ	1,892	,589	,221	3,214	,001	,733	3,050

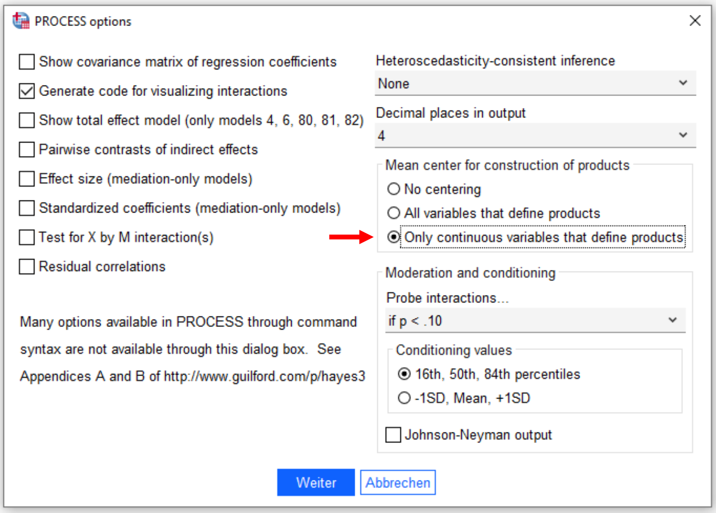
a. Abhängige Variable: Y

Nach den Überlegungen aus Abschnitt 2.2.6.3 kann man von einem Haupteffekt von *G* im Sinn des *gewichteten* Mittels der *X*-bedingten Effekte sprechen (MBE_g). Wie man mit etwas Fleiß nachprüft, ist 1,634 gerade das gewichtete Mittel der vom Modell geschätzten bedingten *G*-Effekte für die fünf *X*-Ausprägungen. Aufgrund der Indikatorkodierung von *G* ist unter einem *X*-bedingten *G*-Effekt der vom Modell geschätzte Gruppenunterschied an der betrachteten *X*-Stelle zu verstehen.

Die Ergebnisse zu einem Modell mit Interaktion zwischen einem metrischen Regressor und einem kategorialen Moderator werden meist in der zuletzt behandelten Form präsentiert:

- Indikatorkodierung des kategorialen Prädiktors
  Sind ($k > 2$) Gruppen vorhanden und folglich k - 1 Kodiervariablen $G_1, G_2, \ldots, G_{k\text{-}1}$ und ebenso viele Produktvariablen $G_1X, G_2X, \ldots, G_{k\text{-}1}X$ im Design, dann beurteilt man den globalen Interaktionseffekt über eine hierarchische Regressionsanalyse (vgl. Abschnitt 2.3.1). Entscheidend ist der R^2-Zuwachs durch die simultane Aufnahme der Produktvariablen $G_1X, G_2X, \ldots, G_{k\text{-}1}X$. Der Regressionskoeffizient b_m zur Produktvariablen G_mX steht für die Steigungsdifferenz zwischen der Gruppe *m* und der Referenzgruppe, die bei allen Kodiervariablen den Wert 0 besitzt. Sollen die bedingten *X*-Effekte paarweise verglichen werden, kann man im Sinn von Abschnitt 2.2.4.2 mit unterschiedlichen Indikator-Kodierungen arbeiten, wobei sich die Wahl der Referenzgruppe ändert (siehe Jaccard & Turrisi 2003, S. 39ff).
- Zentrierung des metrischen Prädiktors durch Subtraktion des Stichprobenmittels

Um für unser Beispiel Ausgaben im gerade beschriebenen Format von PROCESS 3.x zu erhalten, muss man bei Verwendung der grafischen Bedienoberfläche lediglich ein Interaktionsmodell anfordern und im **Options**-Subdialog das Zentrieren des Regressors anfordern:



Wer die Bedienung per Syntax bevorzugt, verwendet das PROCESS-Subkommando `center=2`:[1]

```
process y=y /x=x /w=g /model=1 /center=2.
```

PROCESS beurteilt automatisch die bedingten *X*-Effekte für die beiden Ausprägungen des kategorialen Moderators:

```
Conditional effects of the focal predictor at values of the moderator(s):

          G     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
      ,0000     -,2161      ,3166     -,6827      ,4954     -,8391      ,4069
     1,0000     1,6755      ,4962     3,3767      ,0008      ,6990     2,6520
```

Außerdem erhält man für den dichotom-kategorialen Moderator seinen MBE$_g$ - Haupteffekt:

```
Model
              coeff         se          t          p       LLCI       ULCI
constant     1,0003      ,3946     2,5350      ,0118      ,2237     1,7768
X            -,2161      ,3166     -,6827      ,4954     -,8391      ,4069
G            1,6338      ,6289     2,5977      ,0099      ,3960     2,8715
Int_1        1,8916      ,5886     3,2139      ,0015      ,7333     3,0500
```

Ist dem *metrischen* Prädiktor die Moderatorrolle zugedacht, interessieren bei einer signifikanten Wechselwirkung die bedingten *G*-Effekte für bestimmte *X*-Werte (vgl. Abschnitt 2.2.4.2). Speziell bei einem kontinuierlichen Moderator (mit vielen Ausprägungen) besteht eine attraktive Alternative zur Betrachtung von einzelnen Moderatorausprägungen (z. B. $\bar{X}$, $\bar{X}-\hat{\sigma}_X$, $\bar{X}+\hat{\sigma}_X$) darin, die Signifikanzregion zu bestimmen, was besonders bequem mit PROCESS geschehen kann (vgl. Abschnitt 2.2.4.3). Obwohl die Variable *X* in unserem Beispiel nur 5 Ausprägungen hat, soll doch über das folgende PROCESS-Kommando die Berechnung der Signifikanzregion mit der Johnson-Neyman - Technik (vgl. Abschnitt 2.2.4.3) angefordert werden, wobei *X* die Rolle des Moderators übernimmt:

```
process y=y /x=g /w=x /model=1 /jn=1.
```

Es wird *ein* Grenzwert gefunden (X = 0,6936), und die Signifikanzregion liegt *rechts* vom Grenzwert:

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
Moderator value(s) defining Johnson-Neyman significance region(s):
      Value    % below    % above
      ,6936    47,3333    52,6667

Conditional effect of focal predictor at values of the moderator:
          X     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
      ,0000     -,0813      ,7709     -,1054      ,9161    -1,5984     1,4358
        .          .          .          .          .          .          .
     1,0000     1,8103      ,6383     2,8362      ,0049      ,5542     3,0665
        .          .          .          .          .          .          .
     2,0000     3,7020      ,9557     3,8734      ,0001     1,8211     5,5829
        .          .          .          .          .          .          .
     3,0000     5,5936     1,4534     3,8487      ,0001     2,7333     8,4539
        .          .          .          .          .          .          .
     4,0000     7,4852     2,0010     3,7407      ,0002     3,5472    11,4232
```

Passend zum wahren Modell und zur Abbildung 24 sind die *X*-bedingten *G*-Effekte (Gruppenunterschiede) signifikant für $X = 1, 2, 3, 4$, aber *nicht* für $X = 0$.

Auf den teilweise technisch aufwändigen Rest von Abschnitt 2.3.2 kann verzichten, wer an weiteren Resultaten zu den Haupteffekten von *X* und *G* im Sinne von gewichtet bzw. ungewichtet gemittelten bedingten Effekten nicht interessiert ist.

2.3.2.2 Effektkodierung des kategorialen Prädiktors

Soll im Beispiel von Abschnitt 2.3.2 auch für den metrischen Regressor *X* ein MBE_g - Haupteffekt bestimmt werden, dann verwendet man für *G* die sogenannte **gewichtete Effektkodierung** (vgl. Cohen et al. 2003, S. 328ff):

Indikatorkodierung	gewichtete Effektkodierung
1	1
0	$-\frac{n_1}{n_0}$

n_1 und n_0 stehen für die Häufigkeiten in den beiden Gruppen, wobei die Indizes mit den Indikatorkodierungswerten übereinstimmen. Als gewichtetes Mittel der so definierten *G*-Ausprägungen ergibt sich der Wert 0:

$$\frac{n_1 1 + n_0(-\frac{n_1}{n_0})}{n_1 + n_0} = 0$$

Der dichotome Moderator wird also „zentriert".

Die *G*-Rekodierung hat zwar keinen Einfluss auf die Struktur der Modellgleichung 17,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 G + \beta_3 GX + \varepsilon$$

wirkt sich aber auf die Parameter aus (vgl. Abschnitt 2.2.6.1). Z. B. ändert sich β_3 um den Faktor

$$\frac{n_0}{n_1 + n_0}$$

Für die bedingten Regressionen von *Y* auf *X* in den beiden Gruppen ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
G = 1: &\quad Y = (\beta_0 + \beta_2) + (\beta_1 + \beta_3)X + \varepsilon \\
G = -\frac{n_1}{n_0}: &\quad Y = (\beta_0 - \frac{n_1}{n_0}\beta_2) + (\beta_1 - \frac{n_1}{n_0}\beta_3)X + \varepsilon
\end{aligned}
$$

Als gewichtetes Mittel der beiden bedingten Steigungen erhalten wir β_1, das Regressionsgewicht zu X:

$$
\frac{n_1(\beta_1 + \beta_3) + n_0(\beta_1 - \frac{n_1}{n_0}\beta_3)}{n_1 + n_0} = \frac{(n_1 + n_0)\beta_1 + (n_1 - n_1)\beta_3}{n_1 + n_0} = \beta_1
$$

Also kann β_1 bei Verwendung der gewichteten Effektkodierung für G als MBE_g - Haupteffekt von X interpretiert werden.

Im Beispiel ist der MBE_g von X nur knapp signifikant, weil die Gruppe *mit* X-Effekt schwächer vertreten ist als die Gruppe *ohne* X-Effekt (siehe Balkendiagramm in Abschnitt 2.3.2.1):

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten: Regressionskoeffizient B	Nicht standardisierte Koeffizienten: Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten: Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B: Untergrenze	95,0% Konfidenzintervalle für B: Obergrenze
1	(Konstante)	1,665	,307		5,416	,000	1,060	2,270
	XWZ	,553	,276	,120	2,007	,046	,011	1,096
	GWE	,969	,373	,151	2,598	,010	,235	1,704
	GWEXWZ	1,122	,349	,189	3,214	,001	,435	1,810

a. Abhängige Variable: Y

Mit der geänderten G-Kodierung erhalten wir auch für G einen alternativen Regressionskoeffizienten bei unveränderter Signifikanzbeurteilung. Bei zentriertem Prädiktor X ist es der MBE_g - Haupteffekt von G, das gewichtete Mittel der X-bedingten G-Effekte. Aufgrund der gewichteten Effektkodierung ist unter einem X-bedingten G-Effekt die Abweichung der mit 1 kodierten Gruppe vom gewichteten Mittel der beiden Gruppen an der betrachteten X-Stelle zu verstehen. Wer die letzte Aussage als hinreichend klar und glaubhaft empfindet, kann sich die folgenden Formeln ersparen und zum Absatz über die *ungewichtete Effektkodierung* springen.

Ausgehend von Gleichung (17)

$$
Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 G + \beta_3 GX + \varepsilon
$$

befördern wir G durch einfaches Umordnen der Modellterme in die Rolle des Regressors

$$
Y = (\beta_0 + \beta_1 X) + (\beta_2 + \beta_3 X)G + \varepsilon
$$

und betrachten die vom Modell behaupteten Y-Erwartungswerte in den beiden Gruppen:

$$
\begin{aligned}
G = 1: &\quad \hat{Y} = (\beta_0 + \beta_1 X) + (\beta_2 + \beta_3 X) \\
G = -\frac{n_1}{n_0}: &\quad \hat{Y} = (\beta_0 + \beta_1 X) - (\beta_2 + \beta_3 X)\frac{n_1}{n_0}
\end{aligned}
$$

Wir bestimmen das gewichtete Mittel der Y-Erwartungswerte für die beiden G-Ausprägungen bei festem X, wobei die Gewichte aus der Randverteilung von G stammen:[1]

[1] Es wäre nicht sinnvoll, in die Definition des bedingten G-Effekts für einen festen X-Wert (im Sinn der Abweichung der mit 1 kodierten Gruppe vom gewichteten Mittel der beiden Gruppen) die bedingte G-Verteilung unter diesem X-Wert einfließen zu lassen. Bei abweichenden bedingten Verteilungen würden aus zwei bedingten G-Mittelwerten unterschiedliche G-Effekte resul-

$$\frac{n_1[(\beta_0+\beta_1X)+(\beta_2+\beta_3X)]+n_0[(\beta_0+\beta_1X)-(\beta_2+\beta_3X)\frac{n_1}{n_0}]}{n_1+n_0}$$

$$=\frac{(n_1+n_0)(\beta_0+\beta_1X)}{n_1+n_0}+\frac{n_1(\beta_2+\beta_3X)-n_1(\beta_2+\beta_3X)}{n_1+n_0}$$

$$=\beta_0+\beta_1X$$

In der Gruppe mit $G = 1$ weicht der Erwartungswert um $(\beta_2 + \beta_3X)$ vom gewichteten Mittel ab. Bei $X = 0$ ist das gewichtete Mittel für die beiden G-Ausprägungen gleich β_0, und die mit 1 kodierte Gruppe weicht um β_2 von diesem Wert ab. Wegen der Struktur von Gleichung (17) ist β_2 der bedingte G-Effekt für $X = 0$, und nun wissen wir, dass β_2 gerade die Abweichung der mit 1 kodierten Gruppe vom gewichteten Mittel der beiden Gruppen an der Stelle $X = 0$ ist. Eine analoge Aussage gilt auch für den bedingten G-Effekt an jeder anderen Stelle von X (siehe die Erläuterungen zur Verschiebungstechnik in Abschnitt 2.2.4.2).

Nach einer Herleitung aus Abschnitt 2.2.6.3 ist der bedingte G-Effekt für den X-Mittelwert identisch mit dem gewichteten Mittelwert der bedingten G-Effekte, den wir mit MBE_g bezeichnen. Wenn wir X zentrieren (auf den Mittelwert 0 bringen) ist der Regressionskoeffizient β_2 in der Modellgleichung (17) gerade der MBE_g von G.

Der MBE_g - Haupteffekt eines dichotomen Prädiktors G ist bei der gewichteten Effektkodierung generell betragsmäßig kleiner als bei der Indikatorkodierung (im Beispiel: 0,969 versus 1,634).

Nachdem bisher Haupteffekte im Sinn von *gewichtet* gemittelten bedingten Effekten diskutiert wurden, soll am aktuellen Beispiel endlich auch die *ungewichtete* Variante vorgestellt werden. Dazu wenden wir bei G die sogenannte **ungewichtete Effektkodierung** an (siehe z. B. Cohen et al 2003, S. 320ff):

Indikatorkodierung	gewichtete Effektkodierung	ungewichtete Effektkodierung
1	1	1
0	$-\frac{n_1}{n_0}$	-1

Nun ist offenbar das *un*gewichtete Mittel der beiden G-Ausprägungen gleich 0.

Die G-Rekodierung hat zwar keinen Einfluss auf die Struktur von Gleichung (17),

$$Y=\beta_0+\beta_1X+\beta_2G+\beta_3GX+\varepsilon$$

wirkt sich aber auf die Parameter aus und bewirkt z. B. eine Halbierung beim Koeffizienten zum Produktterm (vgl. Abschnitt 2.2.6.1).

Für die bedingten Regressionen von Y auf X gilt in den beiden Gruppen:

$$G=\ 1:\quad \hat{Y}=(\beta_0+\beta_2)+(\beta_1+\beta_3)X$$

$$G=-1:\quad \hat{Y}=(\beta_0-\beta_2)+(\beta_1-\beta_3)X$$

Folglich ist β_1 das *un*gewichtete Mittel der beiden G-bedingten Effekte von X:

tieren. Ein bedingter G-Effekt sollte aber nur von den Y-Mittelwerten in den beiden Gruppen abhängen und nicht von den Häufigkeiten der Gruppen. Im Allgemeinen ist mit einer Korrelation zwischen X und G zu rechnen, und diese Korrelation muss aus der Effektdefinition herausgehalten werden.

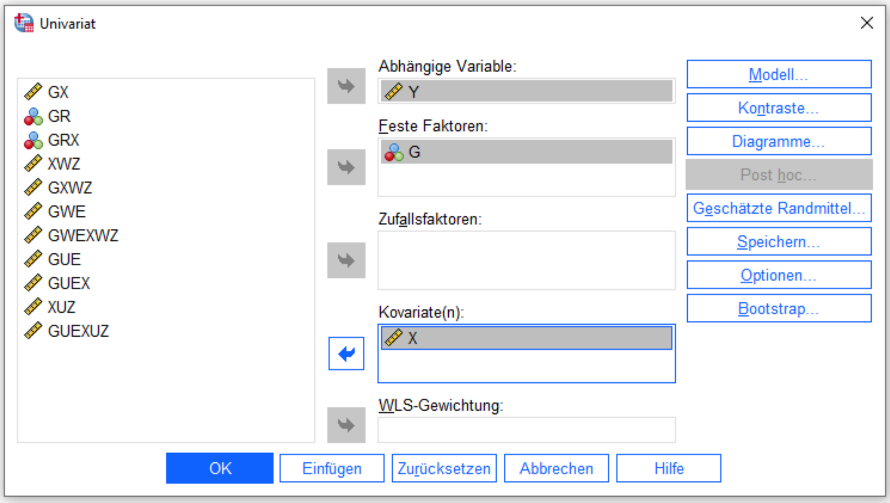
$$\beta_1 = \frac{(\beta_1 - \beta_3) + (\beta_1 + \beta_3)}{2}$$

Über die Beurteilung des Regressionskoeffizienten b_1 stehen also Schätz- und Testergebnisse zum Haupteffekt von *X* im Sinn eines *ungewichteten* Mittels der bedingten Effekte (Abk.: $\mathrm{MBE_u}$) zur Verfügung.

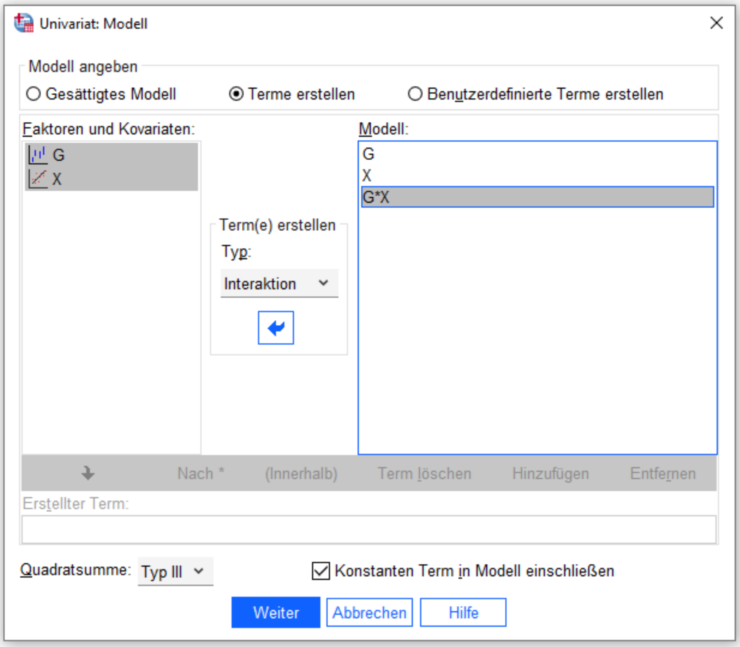
Lässt man in SPSS nach dem Menübefehl

Analysieren > Allgemeines lineares Modell > Univariat

ein Interaktionsmodell mit einem Faktor *G* und einer Kovarianten *X* durch die (für Varianzanalysen optimierte) Prozedur UNIANOVA schätzen, dann wird für den Faktor automatisch die ungewichtete Effektkodierung verwendet, und man erhält für die Kovariate eine $\mathrm{MBE_u}$ - Beurteilung. Für unser Beispiel wird diese Modellvariante im folgenden Dialog angefordert:



Nach einem Klick auf den Schalter **Modell** sind **Terme** zu **erstellen**, um ein Modell mit Interaktion zu formulieren:



Im Beispiel wird der $\mathrm{MBE_u}$ - Haupteffekt von *X* als signifikant beurteilt (p = 0,014):

Tests der Zwischensubjekteffekte

Abhängige Variable: Y

Quelle	Quadratsumme vom Typ III	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Korrigiertes Modell	430,525 [a]	3	143,508	5,292	,001
Konstanter Term	243,713	1	243,713	8,988	,003
G	,302	1	,302	,011	,916
X	166,708	1	166,708	6,148	,014
G * X	280,075	1	280,075	10,329	,001
Fehler	8026,223	296	27,116		
Gesamt	9095,390	300			
Korrigierte Gesamtvariation	8456,749	299			

a. R-Quadrat = ,051 (korrigiertes R-Quadrat = ,041)

Identische Signifikanztests liefert die SPSS-Prozedur REGRESSION, wenn sich *X*, *G* mit ungewichteter Effektkodierung und deren Produkt im Design befinden:

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	1,156	,385		2,998	,003	,397	1,914
	X	,730	,294	,158	2,480	,014	,151	1,309
	GUE	-,041	,385	-,008	-,105	,916	-,799	,718
	GUEX	,946	,294	,251	3,214	,001	,367	1,525

a. Abhängige Variable: Y

In den zuletzt berichteten Ergebnistabellen (also auch in der UNIANOVA-Ausgabe!) wird für den Faktor *G* ein bedingter Effekt (für $X = 0$) berichtet, der erwartungsgemäß nicht signifikant wird (vgl. Abbildung 24). Durch Verwendung einer zentrierten *X*-Variante (mit dem Mittelwert 0) haben wir in Abschnitt 2.3.2.1 den MBE_g - Haupteffekt von *G* ermittelt. Um für *G* einen MBE_u - Haupteffekt zu erhalten, erstellen wird durch die folgende Rekodierung eine ungewichtet zentrierte *X*-Variante:

$$\begin{array}{ccr} 0 & \rightarrow & -2 \\ 1 & \rightarrow & -1 \\ 2 & \rightarrow & 0 \\ 3 & \rightarrow & 1 \\ 4 & \rightarrow & 2 \end{array}$$

Mit dieser Rekodierung liefert das Modell aus Gleichung (17) die folgenden *X*-bedingten *G*-Effekte:

X	*X*-bedingtes Regressionsgewicht von *G* $\beta_2 + \beta_3 X$
-2	$\beta_2 - 2\,\beta_3$
-1	$\beta_2 - \beta_3$
0	β_2
1	$\beta_2 + \beta_3$
2	$\beta_2 + 2\,\beta_3$

Offenbar ist β_2 das ungewichtete Mittel der *X*-bedingten *G*-Effekte, also der MBE_u - Haupteffekt von *G*.

Wegen der ungewichteten Effektkodierung von *G* ist unter einem *X*-bedingten *G*-Effekt die Abweichung der mit 1 kodierten Gruppe vom ungewichteten Mittel beider Gruppen an der betrachteten *X*-Stelle zu verstehen. Wer die letzte Aussage als hinreichend klar und glaubhaft empfindet, kann sich die folgenden Formeln ersparen und zum Abschnitt 2.3.3 springen.

Das Modell

$$Y = (\beta_0 + \beta_1 X) + (\beta_2 + \beta_3 X)G + \varepsilon$$

behauptet die folgenden *Y*-Erwartungswerte:

$$G = 1: \quad \hat{Y} = (\beta_0 + \beta_1 X) + (\beta_2 + \beta_3 X)$$

$$G = -1: \quad \hat{Y} = (\beta_0 + \beta_1 X) - (\beta_2 + \beta_3 X)$$

Zu einer festen *X*-Ausprägung erhalten wir als ungewichtetes Mittel der Erwartungswerte für die beiden Gruppen:

$$\beta_0 + \beta_1 X$$

und der *X*-bedingte *G*-Effekt ($\beta_2 + \beta_3 X$) hat die oben genannte Interpretation. Er ist damit identisch mit der Hälfte des vom Modell für eine feste *X*-Ausprägung behaupteten Gruppenunterschieds, also gleich dem halben *X*-bedingten *G*-Effekt bei Indikatorkodierung von *G*.

Im Beispiel finden wir für *X* einen signifikanten MBE_u - Haupteffekt in gut geschätzter Höhe (wahre *G*-bedingte *X*-Effekte: 0 und 2):

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta			Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	2,615	,478		5,472	,000	1,675	3,555
	XUZ	,730	,294	,158	2,480	,014	,151	1,309
	GUE	1,851	,478	,343	3,873	,000	,911	2,791
	GUEXUZ	,946	,294	,282	3,214	,001	,367	1,525

a. Abhängige Variable: Y

Der MBE_u - Haupteffekt von *G* wird ebenfalls gut geschätzt (wahre *X*-bedingte Effekte von G bei ungewichteter Effektkodierung: 0, 1, 2, 3 und 4) und zu Recht als signifikant beurteilt.

2.3.3 Wechselwirkungen höherer Ordnung (moderierte Moderation)

Gelegentlich wird für den Effekt eines Regressors *X* auf ein Kriterium *Y* unterstellt, dass die moderierende Wirkung einer Variablen *M* von einem zweiten Moderator *Z* abhängt, dass also eine **moderierte Moderation** vorliegt. Durch Verallgemeinerung des bilinearen Interaktionsmodells in Gleichung (9) gelangt man zum folgenden Ansatz, der alle Zweifachprodukte der Prädiktoren (*XM*, *XZ* und *MZ*) sowie das Dreifachprodukt *XMZ* enthält:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 Z + \beta_4 XM + \beta_5 XZ + \beta_6 MZ + \beta_7 XMZ + \varepsilon \tag{18}$$

Für die bedingte Regression von *Y* auf *X* für bestimmte Wertekombinationen der *beiden* Moderatoren *M* und *Z* resultiert durch einfaches Umstellen:

$$Y = (\beta_0 + \beta_2 M + \beta_3 Z + \beta_6 MZ) + (\beta_1 + \beta_4 M + \beta_5 Z + \beta_7 MZ)\, X + \varepsilon$$

Wir erhalten wiederum eine einfache lineare Regression, wobei deren Koeffizienten $\beta_0^{(m,z)}$ und $\beta_1^{(m,z)}$ im Sinne einer moderierten Moderation zustande kommen (Hayes 2018, S. 329ff). So wird z. B. der Einfluss

$$(\beta_4 + \beta_7\, Z)\, M$$

von *M* auf den einfachen Effekt von *X* seinerseits durch die Ausprägung von *W* moderiert. Diese Sichtweise wird im folgenden konzeptionellen Pfaddiagramm dargestellt:[1]

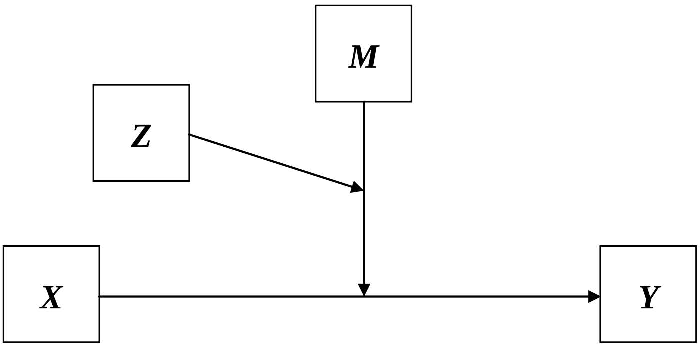
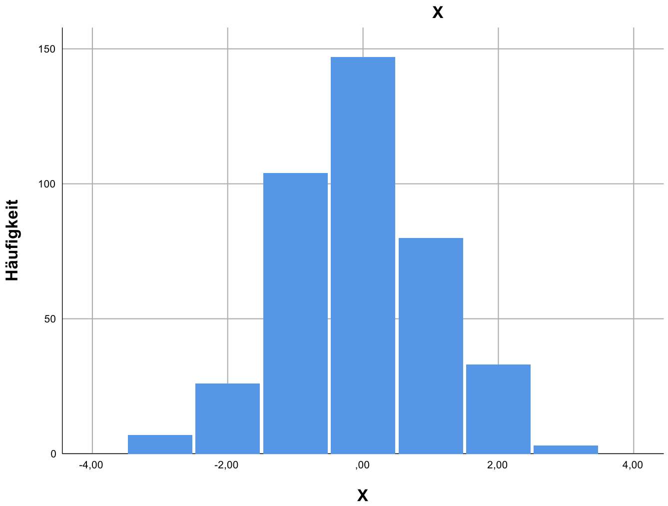


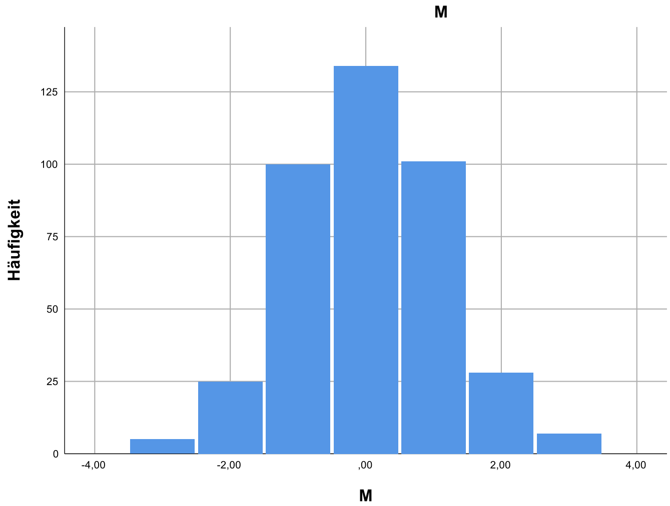
Abbildung 26: Moderierte Moderation (Modell 3 in PROCESS)

Zur Veranschaulichung sollen Simulationsdaten aus einer Population mit dem folgenden wahren Modell dienen:

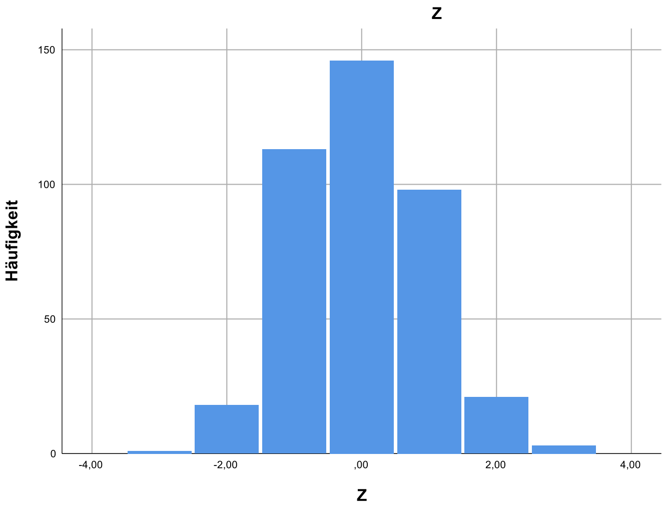
$$Y = 1 + 0{,}3\, X + 0{,}25\, M - 0{,}25\, Z + 0{,}4\, XM + 0{,}2\, XZ + 0\, MZ + 0{,}2\, XMZ + \varepsilon$$

Sie finden eine simulierte Stichprobe mit 400 Fällen in der SPSS-Datendatei **mod3reg.sav** an der im Vorwort vereinbarten Stelle im Ordner **Moderation**. Die drei Prädiktoren haben (auf Populationsebene) den Erwartungswert null und besitzen betragsmäßig kleine Interkorrelationen. Es folgen die univariaten Verteilungen und die Korrelationen der Prädiktoren in der Stichprobe:





[1] In der Ausgabe von PROCESS 3.x wurden die Bezeichnungen der Moderatorvariablen im Vergleich zur Vorgängerversion geändert: Aus `M` wurde `W`, und aus `W` wurde `Z`. Das Manuskript passt sich partiell an: Der primäre Moderator wird weiterhin mit `M` bezeichnet; die in PROCESS 3.x vorgenommene Spiegelung zum `W` unterbleibt. Der bei einer moderierten Moderation auftretende sekundäre Moderator wird wie in PROCESS mit `Z` bezeichnet.



Korrelationen

		X	M	Z
X	Korrelation nach Pearson	1	,182	,095
	Signifikanz (2-seitig)		,000	,059
	N	400	400	400
M	Korrelation nach Pearson	,182	1	,046
	Signifikanz (2-seitig)	,000		,358
	N	400	400	400
Z	Korrelation nach Pearson	,095	,046	1
	Signifikanz (2-seitig)	,059	,358	
	N	400	400	400

Die multiple Regression liefert folgende Ergebnisse:

Koeffizienten[a]

		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B		Korrelationen		
Modell		Regressions koeffizient B	Std.-Fehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze	Nullter Ordnung	Partiell	Teil
1	(Konstante)	,999	,053		18,847	,000	,895	1,104			
	X	,244	,048	,212	5,140	,000	,151	,338	,292	,251	,204
	M	,165	,046	,145	3,571	,000	,074	,256	,201	,178	,142
	Z	-,270	,052	-,209	-5,169	,000	-,373	-,168	-,171	-,253	-,206
	XM	,396	,041	,393	9,761	,000	,316	,476	,442	,442	,388
	XZ	,147	,049	,125	3,004	,003	,051	,243	,198	,150	,119
	MZ	-,042	,049	-,035	-,859	,391	-,137	,054	-,003	-,043	-,034
	XMZ	,229	,044	,215	5,172	,000	,142	,317	,256	,253	,206

a. Abhängige Variable: Y

Für die 3-fach - Interaktion findet sich ein hochsignifikantes Regressionsgewicht ($p < 0{,}001$) sowie eine Effektstärke von 0,042 (Quadrat der semipartiellen Korrelation).

Die übrigen Regressionskoeffizienten sind analog zu Abschnitt 2.2.4.2 als bedingte Effekte für spezielle Moderator-Wertkombinationen zu deuten, z. B.:

- Der Regressionskoeffizient β_1 zu X steht für den einfachen X-Effekt bei $M = Z = 0$.
- Der Regressionskoeffizient β_4 zu XM steht für die bedingte 2-fach - Wechselwirkung von X und M bei $Z = 0$, also für den moderierenden Einfluss vom M auf den X-Effekt bei $Z = 0$.

Analog zu Abschnitt 2.2.4.2 gewinnt man Signifikanztests und Vertrauensintervalle für bedingte 2-fach - Interaktionen und bedingte Effekte zu anderen Moderator-Wertkombinationen durch geeignete Transformationen der Moderatoren. Z. B. liefert die Regressionsanalyse mit Modell (18) nach der Transformation

$$Z \to Z - (-2)$$

für den Koeffizienten zum Produkt XM ein insignifikantes Ergebnis ($p = 0{,}526$). Dass für diese Z-Ausprägung keine Moderation des X-Effektes durch M stattfindet, zeigt auch die folgende Abbildung. Der Regressor X hat bei beliebigen M-Ausprägungen denselben Effekt (nahe null):

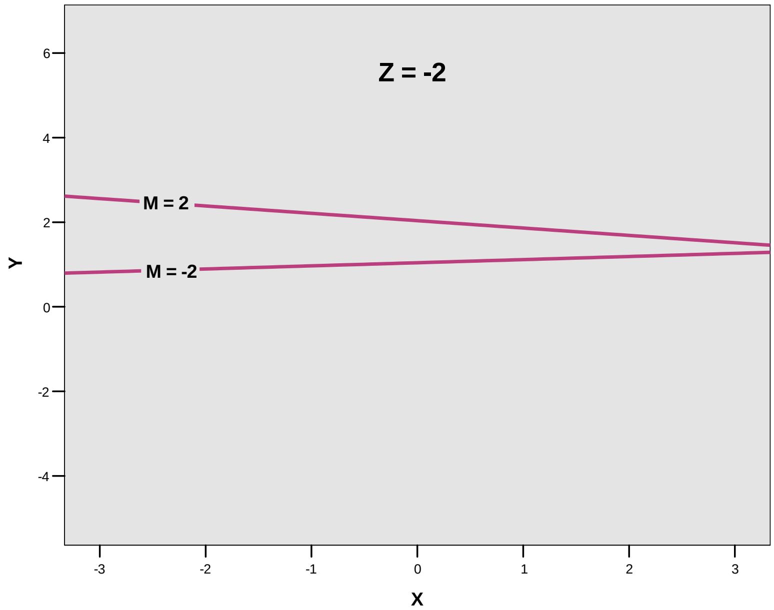


Abbildung 27: Fehlende Wechselwirkung von *M* und *X* bei *Z* = -2

Demgegenüber variiert bei $Z = 2$ in Abhängigkeit von *M* der bedingte *X*-Effekt von einem ausgeprägten negativen bis zu einem stark positiven Wert:

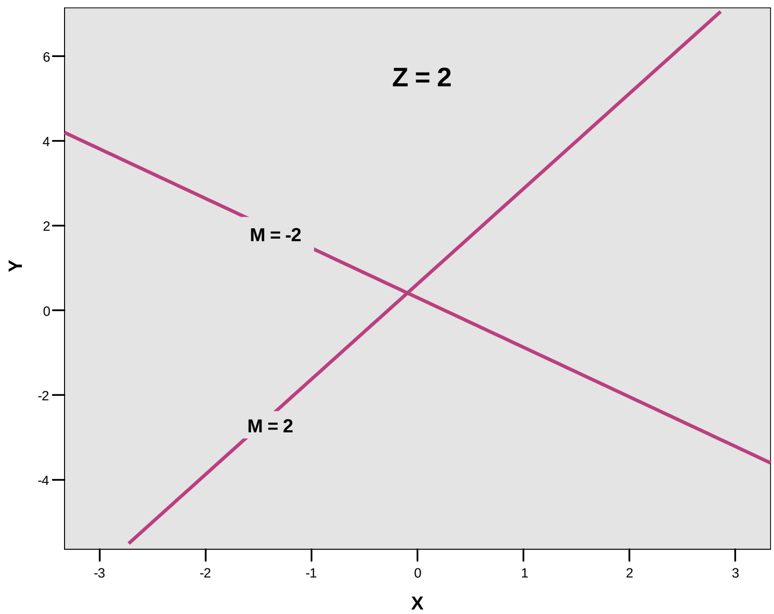


Abbildung 28:Vorhandene Wechselwirkung von *M* und *X* bei *Z* = 2

Analog zu Abschnitt 2.2.6 kann man im Modell der moderierten Moderation auch Haupteffekte definieren. Bekanntlich steht z. B. der Regressionskoeffizient β_1 zu *X* für den einfachen *X*-Effekt bei $M = Z = 0$. Wurden *M* und *Z* ungewichtet zentriert (Summe der verschiedenen Ausprägungen gleich 0), dann ist das ungewichtete Mittel der bedingten *X*-Effekte für alle (m, z) - Kombinationen gleich β_1, und β_1 kann als MBE_u - Haupteffekt von *X* betrachtet werden.

Wurden *M* und *Z* gewichtet zentriert (arithmetisches Mittel gleich 0), dann ist β_1 i.A. *nicht* der MBE_g - Haupteffekt von *X*, denn der bedingte *X*-Effekt für $M = \text{E}(M)$ und $Z = \text{E}(Z)$ stimmt i. A. *nicht* mit dem gewichteten Mittel der bedingten *X*-Effekte bzgl. der *gemeinsamen* Verteilung von *M* und *Z* überein. Die dazu benötigte Beziehung

$$E(MZ) = E(M) \cdot E(Z)$$

gilt nur bei Unabhängigkeit der beiden Moderatoren.

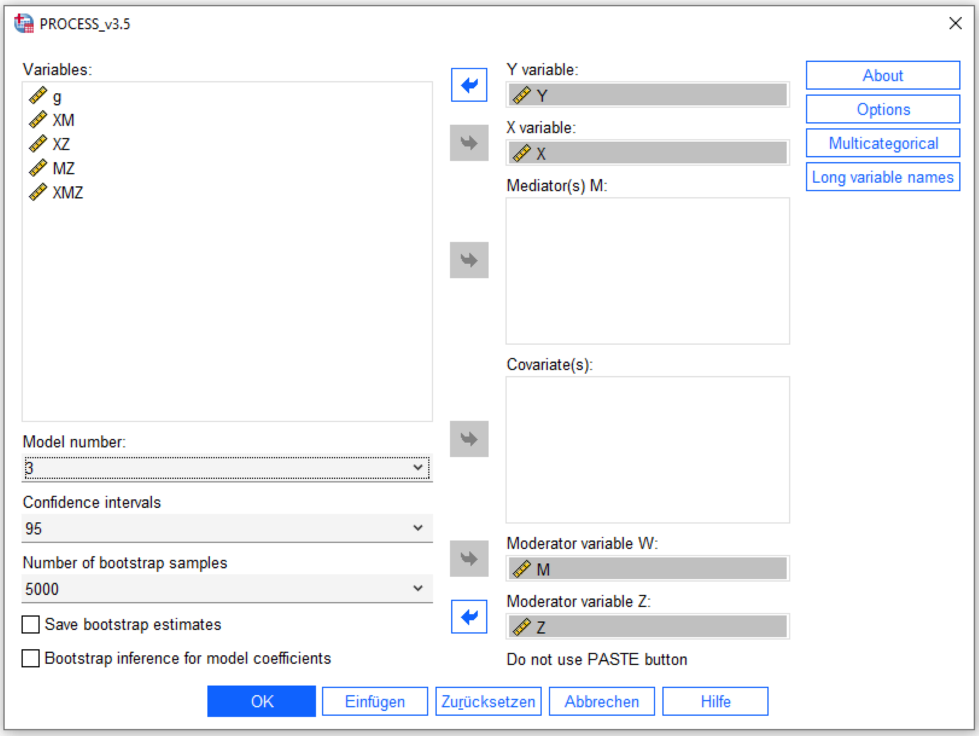
Schließlich lassen sich im Modell der moderierten Moderation auch Zweifach-Wechselwirkungseffekte als ungewichtetes Mittel (Bezeichnung: MBW_u) bzw. gewichtetes Mittel (Bezeichnung: MBW_g) definieren. Bekanntlich steht z. B. der Regressionskoeffizient β_4 zu *XM* für die bedingte Zweifach-Wechselwirkung von *X* und *M* bei $Z = 0$. Wurde *Z* ungewichtet zentriert (Summe der verschiedenen Ausprägungen gleich 0), dann ist das ungewichtete Mittel der *Z*-bedingten $X \times M$ - Wechselwirkungseffekte gleich β_4, und β_4 kann als MBW_u - Wechselwirkungseffekt von *X* und *M* interpretiert werden.

Wurde *Z* gewichtet zentriert (arithmetisches Mittel gleich 0), dann ist das gewichtete Mittel der *Z*-bedingten $X \times M$ - Wechselwirkungseffekte gleich β_4, und β_4 kann als der MBW_g - Wechselwirkungseffekt von *X* und *M* interpretiert werden.

Das von Andrew Hayes erstellte SPSS-Makro PROCESS beherrscht neben vielen anderen speziellen Modellen auch die moderierte Moderation bzw. die Dreifachwechselwirkung, wobei hier insbesondere die Tests zu bedingten Effekten sowie die Unterstützung bei der grafischen Darstellung von Interesse sind. Nach der in Abschnitt 1.2.1 beschriebenen Installation lässt sich mit dem Menübefehl

Analysieren > Regression > PROCESS v3.5 by Andrew F. Hayes

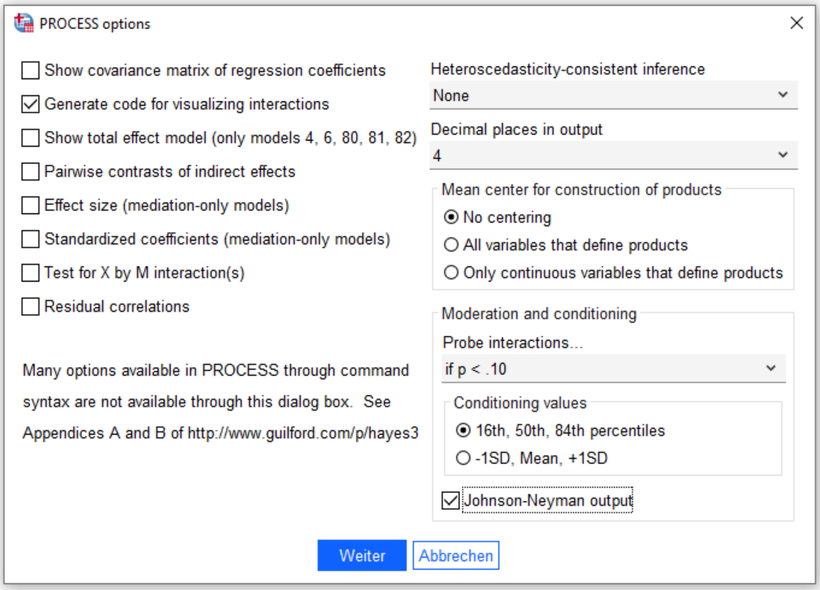
die folgende Dialogbox öffnen:



Spezifizieren Sie hier folgendermaßen das Modell mit Dreifachwechselwirkung:

- Verwenden Sie *Y* als **Y Variable**.
- Verwenden Sie *X* als **X Variable**.
- Verwenden Sie *M* als **Moderator variable W** (primären Moderator).
- Verwenden Sie *Z* als **Moderator variable Z** (sekundären Moderator).
- Wählen Sie die **3** als **Model Number**.
- Von der Möglichkeit, Kovariaten in das Modell aufzunehmen, machen wir keinen Gebrauch.

Öffnen Sie den **Options**-Dialog, um das Generieren von Code für die Interaktionsvisualisierung sowie Signifikanzregionen nach der Johnson-Neyman - Methode anzufordern:



Das folgende Kommando führt dieselbe Analyse aus, die wir eben per Dialogbox spezifiziert haben:[1]

```
process Y=Y /X=X /W=M /Z=Z /model=3 /jn=1 /plot=1.
```

In der PROCESS-Ausgabe finden sich über die auch von SPSS-REGRESSION produzierten Schätzergebnissen hinausgehend u.a. die Signifikanzregionen für die bedingte 2-fach-Wechselwirkung von *X* und *M* in Abhängigkeit von der *Z*-Ausprägung:

```
Moderator value(s) defining Johnson-Neyman significance region(s):
      Value    % below    % above
    -2,8926      ,2500    99,7500
    -1,1545     4,7500    95,2500

Conditional X*W interaction at values of the moderator Z:
          Z     Effect         se          t          p       LLCI       ULCI
    -3,0000     -,2923      ,1407    -2,0774      ,0384     -,5690     -,0157
    -2,8926     -,2677      ,1362    -1,9660      ,0500     -,5354      ,0000
    -2,7000     -,2235      ,1280    -1,7458      ,0816     -,4752      ,0282
    -2,4000     -,1547      ,1155    -1,3395      ,1812     -,3817      ,0724
    -2,1000     -,0859      ,1031     -,8327      ,4055     -,2886      ,1169
    -1,8000     -,0171      ,0910     -,1874      ,8514     -,1961      ,1619
    -1,5000      ,0518      ,0793      ,6523      ,5146     -,1042      ,2078
    -1,2000      ,1206      ,0682     1,7667      ,0781     -,0136      ,2547
    -1,1545      ,1310      ,0666     1,9660      ,0500      ,0000      ,2620
     -,9000      ,1894      ,0581     3,2609      ,0012      ,0752      ,3036
     -,6000      ,2582      ,0494     5,2243      ,0000      ,1610      ,3554
     -,3000      ,3270      ,0432     7,5692      ,0000      ,2421      ,4120
      ,0000      ,3958      ,0406     9,7608      ,0000      ,3161      ,4756
      ,3000      ,4647      ,0422    11,0233      ,0000      ,3818      ,5475
      ,6000      ,5335      ,0476    11,2140      ,0000      ,4399      ,6270
      ,9000      ,6023      ,0557    10,8113      ,0000      ,4928      ,7118
```

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
     1,2000      ,6711      ,0656   10,2365      ,0000      ,5422      ,8000
     1,5000      ,7399      ,0765    9,6767      ,0000      ,5896      ,8902
     1,8000      ,8087      ,0880    9,1868      ,0000      ,6357      ,9818
     2,1000      ,8775      ,1000    8,7726      ,0000      ,6809     1,0742
     2,4000      ,9464      ,1123    8,4250      ,0000      ,7255     1,1672
     2,7000     1,0152      ,1248    8,1324      ,0000      ,7698     1,2606
     3,0000     1,0840      ,1375    7,8844      ,0000      ,8137     1,3543
```

Im relevanten Wertebereich des sekundären Moderators *Z* finden sich zwei Lösungen für die Johnson-Neyman - Gleichung (vgl. Abschnitt 2.2.4.3), und aus den als Interpretationshilfe gelieferten speziellen Werten ergibt sich, dass die Zweifach-Wechselwirkung von *X* und *M* ...

- *signifikant negativ* ist im Bereich $z < -2{,}8926$,
- *nicht signifikant* ist im Bereich $-2{,}8926 \leq z \leq -1{,}1545$,
- *signifikant positiv* ist für $z > -1{,}1545$

In der von PROCESS produzierten SPSS-Syntax zur grafischen Veranschaulichung der Dreifachinteraktion

```
DATA LIST FREE/
   X          M          Z          Y          .
BEGIN DATA.
    -1,0000    -1,0000    -1,0000     1,1316
      ,0000    -1,0000    -1,0000     1,0626
     1,0000    -1,0000    -1,0000      ,9935
    -1,0000    -1,0000      ,0000      ,9855
      ,0000    -1,0000      ,0000      ,8339
     1,0000    -1,0000      ,0000      ,6823
      .      .      .
    -1,0000     1,0000     1,0000     -,1636
      ,0000     1,0000     1,0000      ,8527
     1,0000     1,0000     1,0000     1,8689
END DATA.
GRAPH/SCATTERPLOT=
 X        WITH     Y        BY       M        /PANEL   ROWVAR=  Z        .
```

werden für den primären und den sekundären Moderator per Voreinstellung jeweils die approximativen Prozentränge 16, 50 und 84 berücksichtigt. Nach einer Nachbearbeitung im SPSS-Diagrammeditor resultiert für das Beispiel:[1]

[1] Auf der Registerkarte **Variablen** des Eigenschaftenfensters wurde als **Elementtyp** die Vorgabe **Markierung** ersetzt durch die Alternative **Interpolationslinie**. Für die resultierenden Linien wurden auf der Registerkarte **Linien** die **Stärke** und das **Muster** geändert.

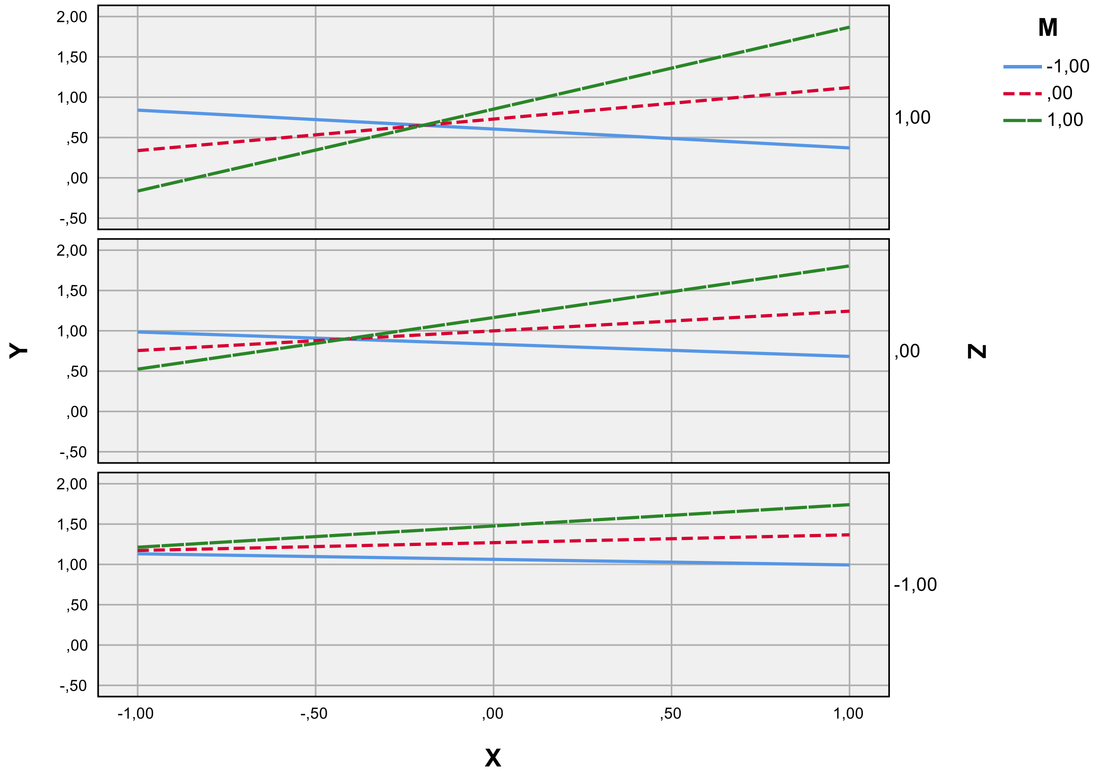


Abbildung 29: Von PROCESS gelieferte und im SPSS-Diagrammeditor editierte Grafik mit Dreifach-Wechselwirkung

2.4 Spezielle methodische Themen

2.4.1 Verpflichtung zu hierarchisch wohlgeformten Modellen

Wer komplexe Überlegungen vermeiden will, sollte generell bei der Moderatoranalyse mit **hierarchisch wohlgeformten (HW) Modellen** arbeiten, die zu jedem Interaktionsterm auch alle beteiligten Komponenten von niedrigerer Ordnung enthalten (Cohen et al. 2003, S. 284; Hayes 2018, S. 231; Jaccard & Turrisi 2003, S. 64). So müssen z. B. in einem Modell mit Dreifachwechselwirkung der Prädiktoren *X*, *M* und *Z* neben dem Produkt *XMZ* auch die Terme *X*, *M*, *Z*, *XM*, *XZ* und *MZ* enthalten sein. Das gilt unabhängig von den Signifikanztestergebnissen für die beteiligten Terme von niedrigerer Ordnung.

Bei einigen simulierten Datensätzen von Abschnitt 2 sind in den Regressionsgleichungen *auf Populationsebene* der Einfachheit die Parameter einiger Terme auf 0 gesetzt worden. Hier wird *nicht* gegen das HW-Prinzip verstoßen, sondern für bestimmte bedingte Effekte der Wert null festgelegt. In den zugehörigen Regressionsanalysen wird selbstverständlich stets mit einem HW-Modell gearbeitet.

2.4.2 Mögliche Verwechslung eines kurvilinearen Haupteffekts mit einem Interaktionseffekt

Unter bestimmten, nicht ganz unwahrscheinlichen Bedingungen kann aus Daten mit einem kurvilinearen Haupteffekt fälschlicherweise auf einem Interaktionseffekt geschlossen werden. Wenn etwa für ein Kriterium *Y* und einen Prädiktor *X* das folgende quadratische Modell gilt,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X^2 + \varepsilon$$

und eine Variable *M* mit *X* korreliert ist, dann kann bei einer Studie mit dem falschen Modellansatz

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 M + \beta_3 XM + \varepsilon$$

leicht ein „signifikanter“ Test für den Regressionskoeffizienten β_3 resultieren, weil der eigentlich relevante Prädiktor X^2 durch *XM* „nachgeahmt“ wird, was mit zunehmender *X*-*M* - Korrelation umso besser „gelingt“. Die Korrelation von *X* und *M* kann z. B. durch einen linearen Effekt von *X* auf *M* zustande kommen, so dass insgesamt die folgende Situation besteht:

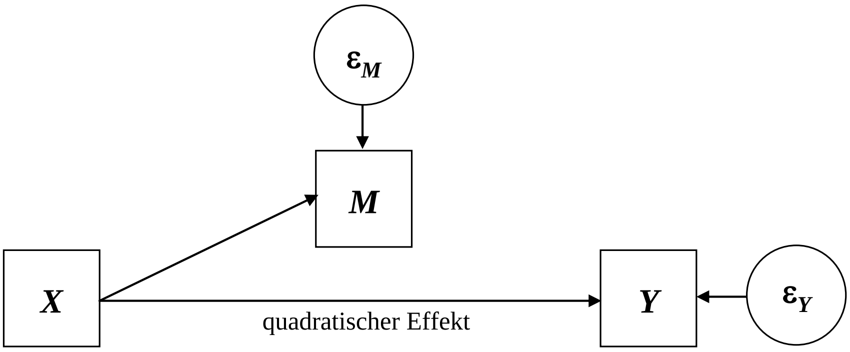


Abbildung 30: Quadratischer Effekt von *X* auf *Y* mit dem Risiko einer falschen Modellierung als Wechselwirkung von *X* und *M* auf *Y*

Aus einem Simulationsdatensatz mit den beschriebenen Verhältnissen, zu finden in der Datei **mod_vs_quad.sav** an der im Vorwort genannten Stelle (Ordner **Moderation**), resultieren für das falsche Interaktionsmodell folgende Ergebnisse:

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,721 [a]	,520	,517	,29293

a. Einflußvariablen : (Konstante), XM, X, M

Koeffizienten [a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten		Standardisierte Koeffizienten			95,0% Konfidenzintervalle für B	
		Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Beta	T	Sig.	Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	1,895	,032		59,769	,000	1,833	1,957
	X	,818	,085	,551	9,607	,000	,651	,985
	M	-,283	,074	-,271	-3,826	,000	-,428	-,137
	XM	,530	,117	,414	4,522	,000	,300	,760

a. Abhängige Variable: Y

Weil die Interaktion „hoch signifikant“ ist, wird das einfachere und korrekte Modell mit quadratischem Haupteffekt eventuell nicht erwogen, obwohl es statistisch besser abschneidet:

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers
1	,730 [a]	,533	,531	,28849

a. Einflußvariablen : (Konstante), X2, X

Koeffizienten[a]

Modell		Nicht standardisierte Koeffizienten Regressions-koeffizient B	Standardfehler	Standardisierte Koeffizienten Beta	T	Sig.	95,0% Konfidenzintervalle für B Untergrenze	Obergrenze
1	(Konstante)	1,990	,039		50,909	,000	1,913	2,067
	X	,002	,181	,001	,009	,993	-,355	,358
	X2	1,052	,176	,729	5,968	,000	,706	1,398

a. Abhängige Variable: Y

Im folgenden Diagramm sind neben der rot eingezeichneten Regressionskurve für das korrekte quadratische Modell in Schwarz die bedingten Regressionsgeraden für zwei Werte des „Moderators“ *M* zu sehen (10. Perzentil: durchgezogen, 90. Perzentil: unterbrochen):

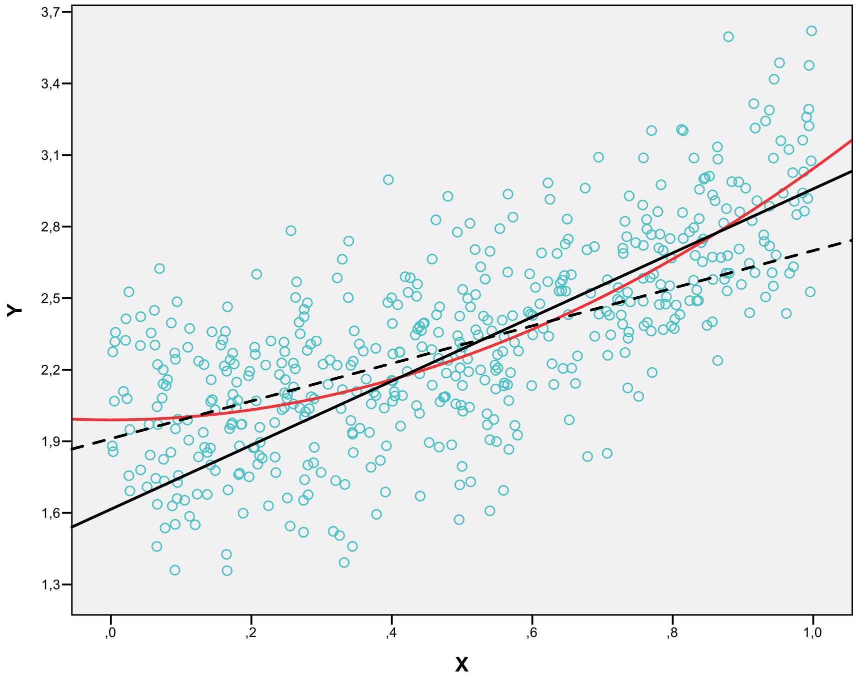
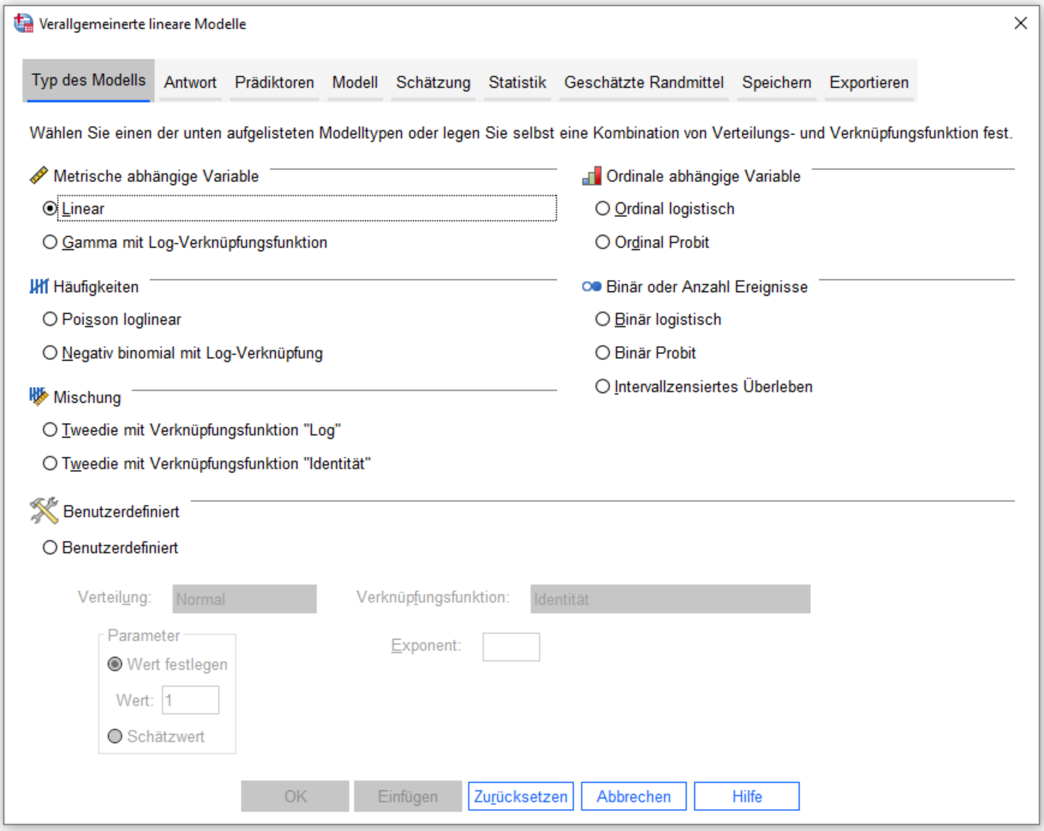


Abbildung 31: Streudiagramm zu einer quadratischen Regression, die als Moderation fehlinterpretiert werden kann

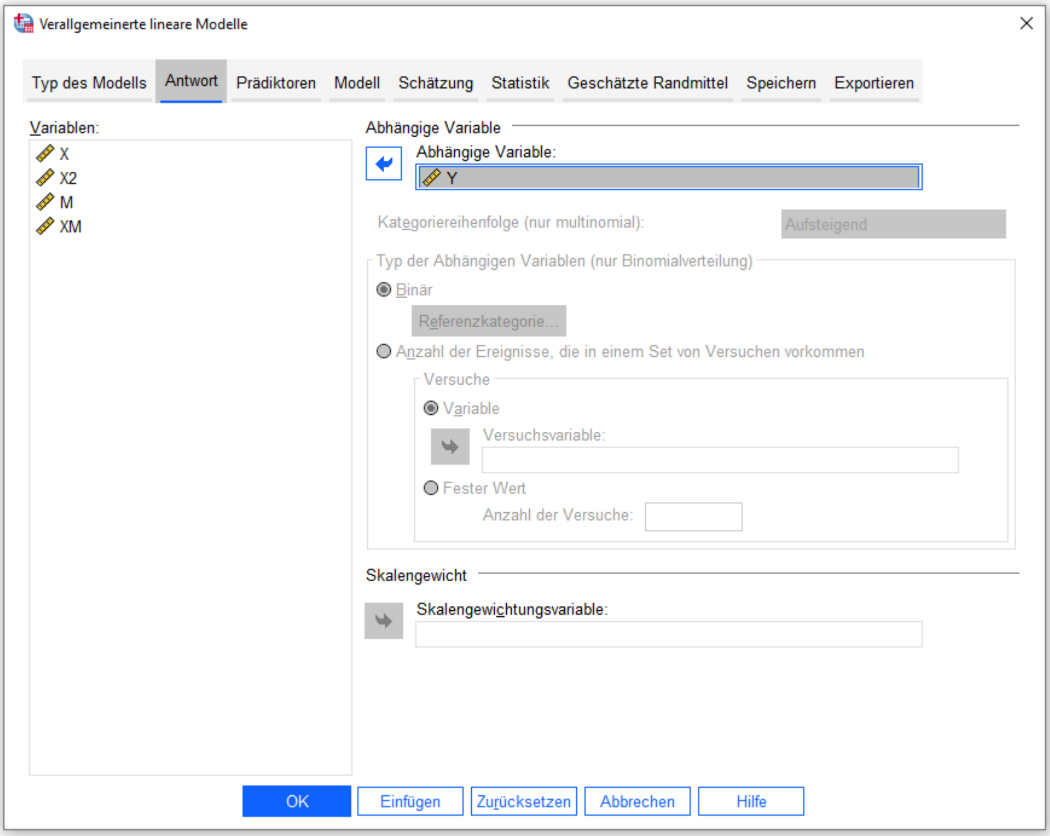
Zum Vergleich der beiden (nicht-geschachtelten) Modelle können die Informationskriterien (z. B. AIC, BIC) herangezogen werden, die in SPSS mit der Prozedur für verallgemeinerte lineare Modelle berechnet werden können. Um die Informationskriterien für das korrekte quadratische Modell zu den simulierten Daten berechnen zu lassen, starten wir mit dem Menübefehl:

Analysieren > Verallgemeinerte lineare Modelle > Verallgemeinerte lineare Modelle

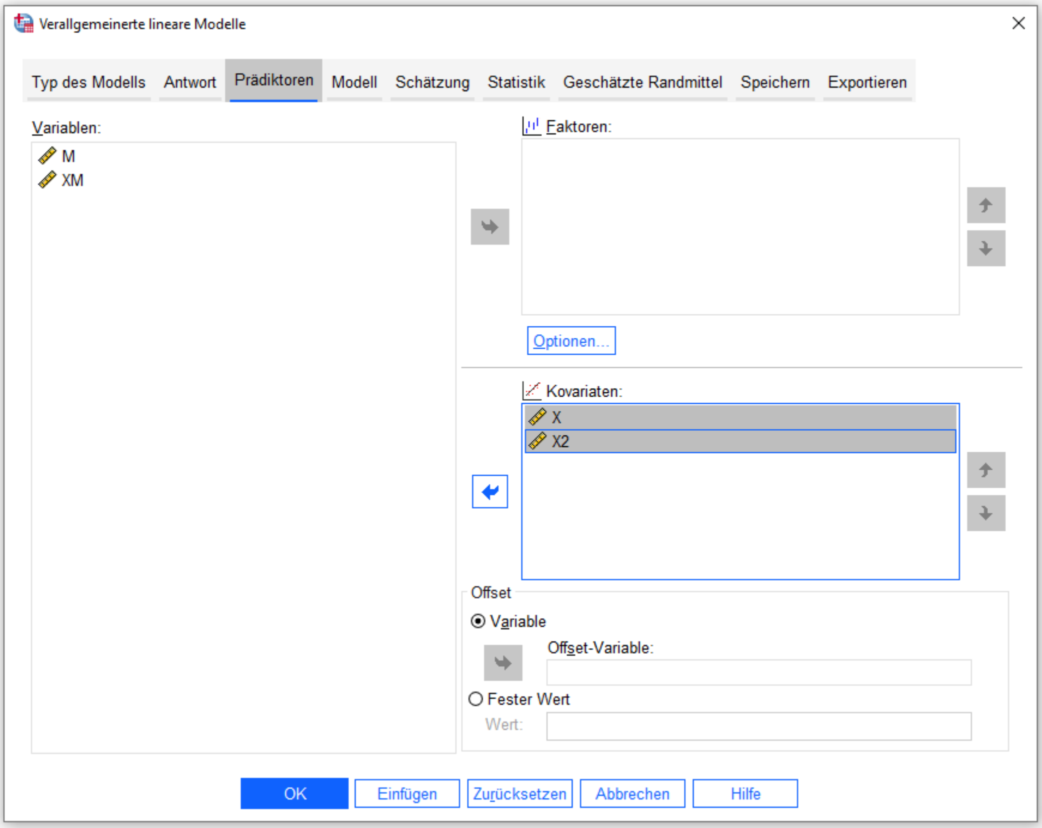
Im folgenden Dialog übernehmen wir auf der Registerkarte **Typ des Modells** die Voreinstellung **Linear**:



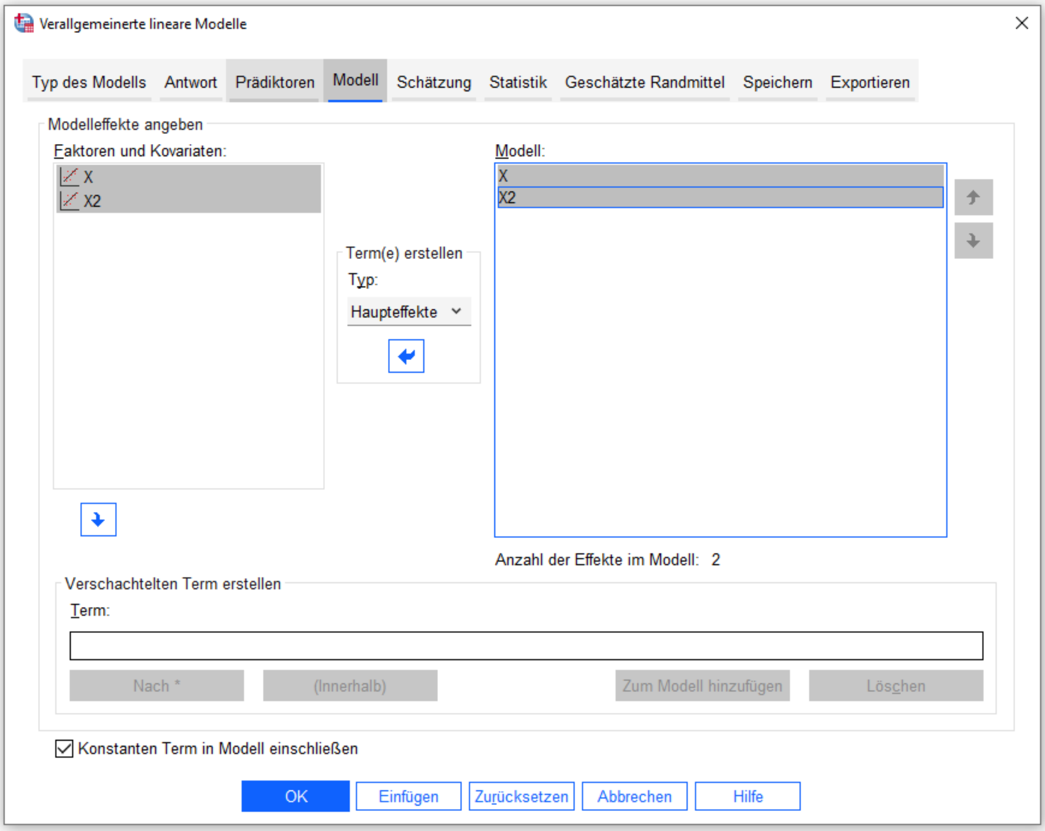
Auf der Registerkarte **Antwort** wählen wir Y als **abhängige Variable**:



Auf der Registerkarte **Prädiktoren** werden X und X^2 als **Kovariaten** einbezogen:



Auf der Registerkarte **Modell** werden die **Haupteffekte** von X und X^2 aufgenommen:



Wir veranlassen die Schätzung mit **OK** und erhalten u.a. die folgende Tabelle mit den Informationskriterien:

Anpassungsgüte[a]

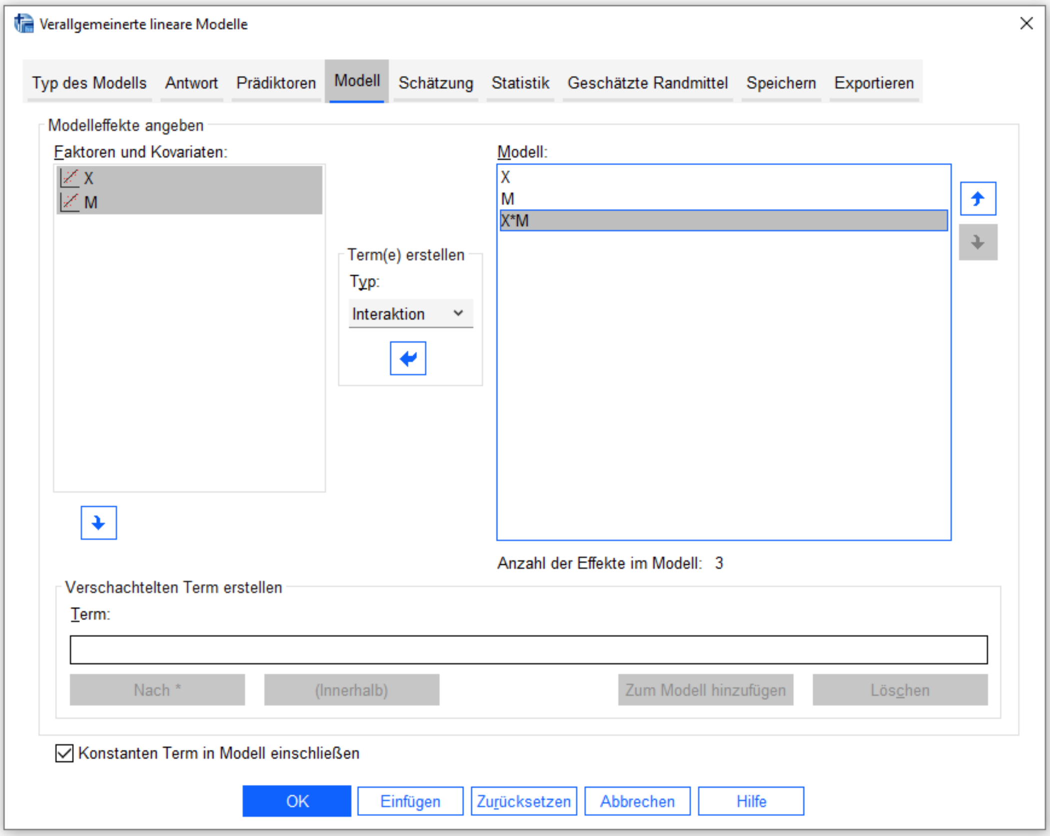
	Wert	df	Wert/df
Abweichung	41,365	497	,083
Skalierte Abweichung	500,000	497	
Pearson-Chi-Quadrat	41,365	497	,083
Skaliertes Pearson-Chi-Quadrat	500,000	497	
Log-Likelihood [b]	-86,424		
Akaike-Informations-Kriterium (AIC)	180,848		
AIC mit Korrektur für endliche Stichproben (AICC)	180,929		
Bayes-Informationskriterium (BIC)	197,706		
Konsistentes AIC (CAIC)	201,706		

Abhängige Variable: Y
Modell: (Konstanter Term), X, X2

a. Informationskriterien liegen in einem möglichst kleinen Format vor.

b. Die vollständige Log-Likelihood-Funktion wird angezeigt und bei der Berechnung der Informationskriterien verwendet.

Für das alternative Interaktionsmodell



resultieren deutlich ungünstigere (größere) Informationsmaße:

Anpassungsgüte[a]

	Wert	df	Wert/df
Abweichung	42,560	496	,086
Skalierte Abweichung	500,000	496	
Pearson-Chi-Quadrat	42,560	496	,086
Skaliertes Pearson-Chi-Quadrat	500,000	496	
Log-Likelihood[b]	-93,544		
Akaike-Informations-Kriterium (AIC)	197,088		
AIC mit Korrektur für endliche Stichproben (AICC)	197,209		
Bayes-Informationskriterium (BIC)	218,161		
Konsistentes AIC (CAIC)	223,161		

Abhängige Variable: Y
Modell: (Konstanter Term), X, M, X * M

a. Informationskriterien liegen in einem möglichst kleinen Format vor.

b. Die vollständige Log-Likelihood-Funktion wird angezeigt und bei der Berechung der Informationskriterien verwendet.

Das quadratische Modell schneidet beim AIC- und beim BIC besser ab:

Modell	**AIC**	**BIC**
Quadratische Regression (Regressoren X und X^2)	180,85	197,71
Bilineares Interaktionsmodell (Regressoren X, M und XM)	197,09	218,16

3 Kombination von Mediation und Moderation

In empirischen Systemen treten Mediations- und Moderationsphänomene mit relativ großer Wahrscheinlichkeit auf, so dass auch ein gemeinsames Auftreten keinesfalls ungewöhnlich ist. Demensprechend wird bei der Prozessmodellierung oft eine flexible Kombination von Mediation und Moderation benötigt. Hayes (2018) beschreibt in seinem Buch zahlreiche Kombinationsmöglichkeiten, die sich allesamt unter den 92 Modellen befinden, die von der Version 3.x seines SPSS-Makros PROCESS unterstützt werden. Im Anhang A von Hayes (2018) werden die von PROCESS 3.x unterstützten Modelle durch Pfaddiagramme beschrieben.

3.1 Moderierte Mediation

Im folgenden Modell (Nr. 7 in PROCESS 3.x) wird der direkte Effekt des Regressors X auf den Mediator M durch die Variable W moderiert, so dass man von einer *moderierten Mediation* sprechen kann:

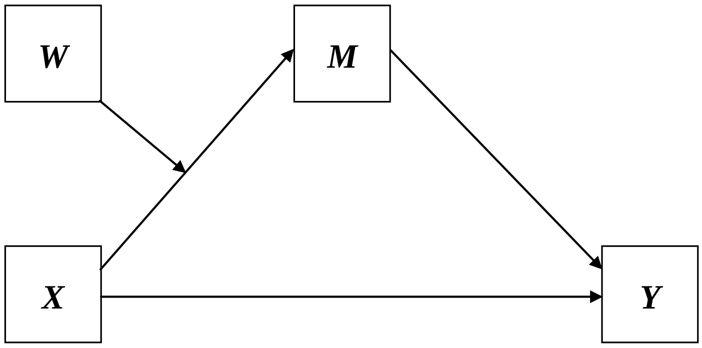


Abbildung 32: Moderierte Mediation (Modell 7 in PROCESS)

Der indirekte Effekt und der totale Effekt von X auf Y hängen vom Wert des Moderators W ab.

Aus einer simulierten Population mit dem folgenden wahren Modell

$M = i_1 + \alpha_1 X + \alpha_2 W + \alpha_3 XW + \varepsilon_M$
$Y = i_2 + \gamma' X + \beta M + \varepsilon_Y$

wurde eine Stichprobe mit 300 Fällen gezogen. Die Daten sind in der SPSS-Datendatei **modmed.sav** an der im Vorwort vereinbarten Stelle im Ordner **Moderation** zu finden.

Der indirekte Effekt von X auf Y über M ist kein Produkt von zwei Regressionskoeffizienten (wie bei dem in Abschnitt 1.1.1 beschriebene Modell), sondern hängt vom Moderator W ab:

$(\alpha_1 + \alpha_3 W)\beta = \alpha_1\beta + \alpha_3\beta W$

Eine Moderation des vermittelten Effekts findet genau dann statt, wenn das Produkt $\alpha_3\beta$ von null verschieden ist. Hayes (2018, z. B. S. 455) spricht hier vom *Index der moderierten Mediation*. Weil es sich um ein Produkt aus zwei Regressionskoeffizienten handelt, ist zur inferenzstatistischen Beurteilung ein Bootstrap-Konfidenzintervall angemessen.

Um von PROCESS die wichtigsten Ergebnisse zum Modell in Abbildung 32 anzufordern, kann z. B. das folgende Kommando (mit dem Subkommando `model=7`) verwendet werden:[1]

```
process Y=Y /X=X /M=M /W=W /model=7.
```

Man erhält die bedingten indirekten Effekte für ausgewählte Moderatorausprägungen (Prozentränge 16, 50 und 84) sowie den Index der moderierten Mediation. Weil es sich jeweils um Produkte aus (bedingten) Regressionskoeffizienten handelt, berechnet PROCESS Bootstrap-Vertrauensintervalle:

```
Conditional indirect effects of X on Y:
```

[1] Um das Kommando verfügbar zu machen, muss zuvor die Syntax in der Datei **process.sps** geöffnet und ausgeführt werden (siehe Abschnitt 1.2.2). Das kann auch implizit durch die einmalige Verwendung des PROCESS-Dialogs geschehen.

```
INDIRECT EFFECT:
 X          ->    M          ->    Y

         W     Effect     BootSE   BootLLCI   BootULCI
     -,9333      ,6360      ,2848      ,1058     1,2067
      ,0904     1,1756      ,1987      ,7869     1,5624
     1,0260     1,6686      ,2875     1,0934     2,2214

       Index of moderated mediation:
        Index     BootSE   BootLLCI   BootULCI
W      ,5270      ,2106      ,1015      ,9112
```

Varianten der moderierten Mediation entstehen z. B. durch die Wahl eines alternativen oder eines zusätzlichen Ansatzpunktes für die Moderation:

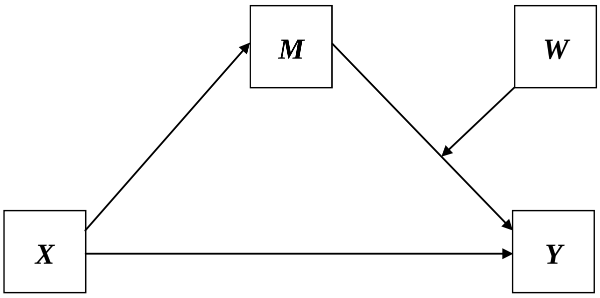


Abbildung 33: Moderierte Mediation (Modell 14 in PROCESS 3.x)

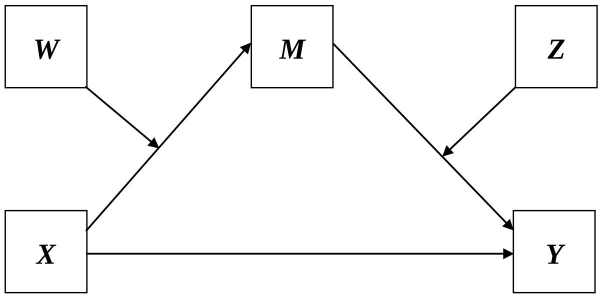


Abbildung 34: Moderierte Mediation (Modell 21 in PROCESS 3.x)

Von anderer Bauart ist das folgende Modell mit einer Variablen *X* die ihren eigenen indirekten Effekt moderiert:

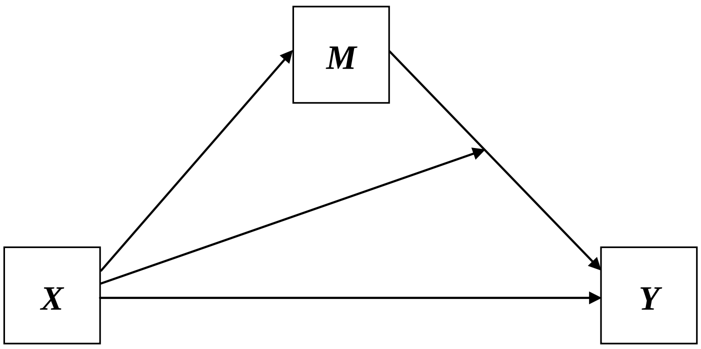


Abbildung 35: *X* moderiert den eigenen, von *M* vermittelten indirekten Effekt (Modell 74 in PROCESS 3.x)

3.2 Der überflüssige Begriff der „vermittelten Moderation“

Dem folgenden konzeptionellen Pfaddiagramm mit einem Moderator *W*, welcher den direkten Effekt von *X* auf *Y* *und* den direkten Effekt von *X* auf *M* beeinflusst,

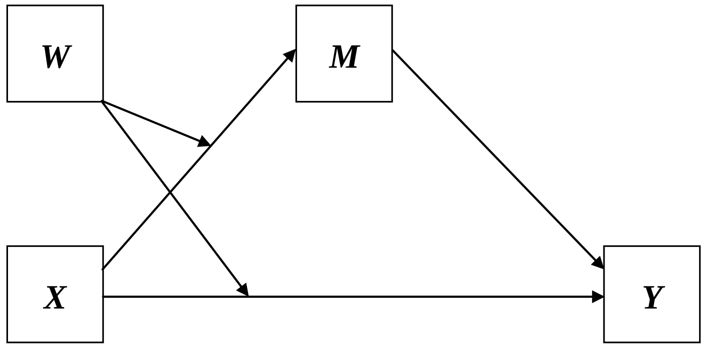


Abbildung 36: *W* moderiert den direkten und den indirekten Effekt von *X* (Modell 8 in PROCESS 3.x)

entspricht ein statistisches Pfaddiagramm, in dem manche Autoren eine *vermittelte Moderation* entdecken, weil scheinbar die „Wirkgröße“ *XW* einen von *M* vermittelten Effekt auf *Y* ausübt:

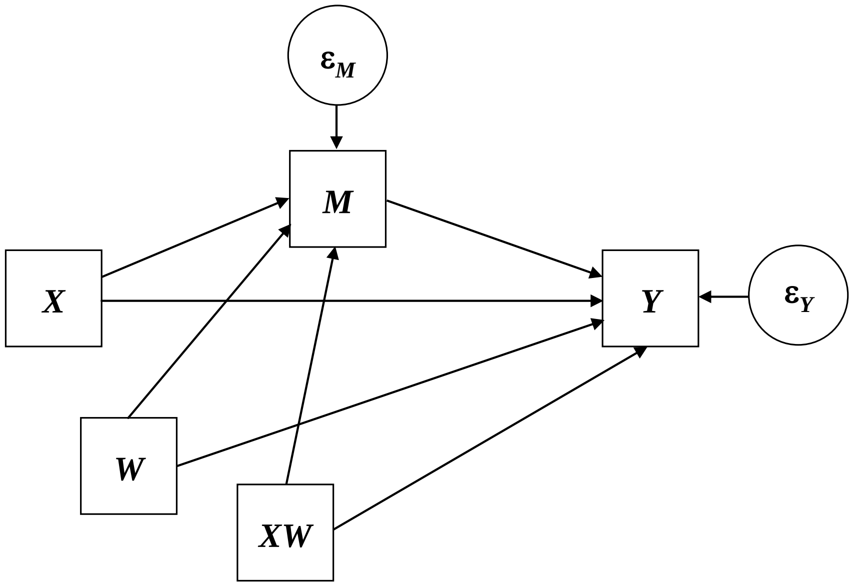


Abbildung 37: Statistisches Pfaddiagramm zum konzeptionellen Pfaddiagramm in Abbildung 36

In diesem Modell moderiert *W* ...

- einerseits den Effekt von *X* auf *M* und somit auch den indirekten Effekt von *X* auf *Y* auf dem Pfad über *M*, sodass man von einer *moderierten Mediation* sprechen kann.
- andererseits den direkten Effekt von *X* auf *Y*.

Infolgedessen erweckt das statistische Pfaddiagramm den Eindruck, es existiere eine Variable *XW*, die analog zu *X* (und der statistischen Symmetrie wegen auch analog zu *W*) einen direkten und einen von *M* vermittelten indirekten Effekt auf *Y* hat. Daher reden einige Autoren hier von einer *vermittelten Moderation*.

Diese Interpretation (und damit der Begriff *vermittelte Moderation*) wird von Hayes (2018, S. 466) zu Recht als sinnlos verworfen:

> The product doesn't quantify anything. And if *XW* has no meaning and no substantive interpretation, then what does the indirect effect of a product mean? The answer, in my opinion, is that it means nothing. Therefore, so too is mediated moderation largely meaningless and substantively uninteresting.

Das Modell in Abbildung 36 ist natürlich uneingeschränkt legitim, während der u.a. von diesem Modell „inspirierte“ Begriff einer vermittelten Moderation überflüssig und verwirrend ist.

Literatur

Aguinis, H. (2002). Estimation of interaction effects in organizational studies. *Organizational Research Methods*, 5, 207-211.

Aiken, L.S. & West, S.G. (1991). *Multiple regression: Testing and interpreting interactions*. Newbury Park, CA: Sage.

Baltes-Götz, B. (1998). *Nichtlineare Regression mit SPSS*. Online-Dokument: https://www.uni-trier.de/index.php?id=22532

Baltes-Götz, B. (2008). *Interaktionseffekte in Strukturgleichungsmodellen*. Online-Dokument: http://www.uni-trier.de/index.php?id=22631

Baltes-Götz, B. (2015). *Analyse von Strukturgleichungsmodellen mit Amos 18*. Online-Dokument: http://www.uni-trier.de/index.php?id=22640

Baltes-Götz, B. (2017). *R als Ergänzung zu SPSS*. Online-Dokument: http://www.uni-trier.de/index.php?id=44476

Baltes-Götz, B. (2019). *Lineare Regressionsanalyse mit SPSS*. Online-Dokument: http://www.uni-trier.de/index.php?id=22489

Baltes-Götz, B. (2020). *Statistisches Praktikum mit IBM SPSS Statistics 26 für Windows*. Online-Dokument: https://www.uni-trier.de/index.php?id=22552

Baron, R.M. & Kenny, D.A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, 51, 1173-1182.

Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*. New York: Wiley.

Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences* (2nd ed.). New York: Academic Press.

Cohen, J. & Cohen, P. (1983). *Applied multiple regression/correlation analyses for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Cohen, J., Cohen, P., West, S. G. & Aiken, L. S. (2003). *Applied multiple regression/correlation analyses for the behavioral sciences* (3rd ed.). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Efron, B. (1982). *The jacknife, the bootstrap and other resampling plans*. Philadelphia: SIAM-Monograph #38.

Faul, F., Erdfelder, E., Buchner, A. & Lang, A.-G. (2009). Statistical power analyses using G*Power 3.1: Tests for correlation and regression analyses. *Behavior Research Methods*, 41(4), 1149-1160.

Frazier, P.A., Tix, A.P. & Barron, K.E. (2004). Testing moderator and mediator effects in counseling psychology. *Journal of Counseling Psychology*, 51, 115-134.

Fritz, M.S. & MacKinnon, D.P. (2007). Required sample size to detect the mediated effect. Psychological Science, 18, 233-239. Online-Version verfügbar unter: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2843527/

Hayes, A.F. (2013). *Mediation, Moderation, and Conditional Process Analysis*. New York: Guilford Press.

Hayes, A.F. (2017). *Hacking PROCESS for Estimation and Probing of Linear Moderation of Quadratic Effects and Quadratic Moderation of Linear Effects*. Online-Dokument: http://afhayes.com/public/quadratichack.pdf

Hayes, A.F. (2018). *Mediation, Moderation, and Conditional Process Analysis*. (2nd ed.). New York: Guilford Press.

Jaccard, J., Turrisi, R. (2003). *Interaction effects in multiple regression*. (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage.

Jaccard, J., Turrisi, R. & Wan, C.K. (1990). *Interaction effects in multiple regression*. Newbury Park, CA: Sage.

Jaccard, J. & Wan, C. K. (1996). *LISREL approaches to interaction effects in multiple regression*. Thousend Oaks: Sage.

Preacher, K.J. & Kelley, K. (2011). Effect Size Measures for Mediation Models. Quantitative Strategies for Communicating Indirect Effects. *Psychological Methods*, 16/2, 93-115

Rucker, D.D., Preacher, K.J., Tormala, Z.L. & Petty, R.E. (2011). Mediation analysis in social psychology: Current practice and new recommendations. *Personality and Social Psychology Compass*, 5/6, 359-371.

Sobel, M.E. (1982). Asymptotic confidence intervals for indirect effects in structural equation models. In: S. Leinhart (Ed.), *Sociological methodology* (S. 290-312). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Steyer, R. (1992). *Theorie kausaler Regressionsmodelle*. Stuttgart: Fischer.

Tal-Or, N., Cohen, J., Tsfati, Y. & Gunther, A.C. (2010). Testing causal direction in the influence of presumed media influence. *Communication Research*, 37, 801-824.

Warner, R.M (2013). *Applied Statistics: From Bivariate Through Multivariate Techniques* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Wen, Z. & Fan, X. (2015). Monotonicity of effect Sizes. Questioning Kappa-Squared as Mediation Effect Size Measure. *Psychological Methods*, 20/2, 193-203

Stichwortregister